

PHYSIQUE QUANTIQUE

quantum Dirac complexité

conscience intrication transmission Pauli

connaissance dimensions organisation

incertitude

logique

représentation

cryptographie

état

philosophie

symboles

indiscernabilité

polarisation probabilités

lumière

implication

Schrödinger

Hilbert relations photon

sens Einstein étrangeté



Table des matières

Avant Propos	1
Origine du projet	1
Guide de lecture	2
I. En guise d'introduction	
Chapitre 1. Historique	7
1.1. Introduction	7
1.2. Naissance et préhistoire de la théorie quantique	8
Planck, Einstein et Bohr.	8
1.3. Les domaines d'application de la théorie quantique	13
1.4. Idée quantique : un quanton, c'est quoi ?	16
1.5. Le principe d'indétermination d'Heisenberg	22
1.6. Dualité onde/corpuscule	24
Que mesure-t-on ?	24
1.7. Bohr, Einstein, l'article EPR et l'arbitrage de Bell	28
1.8. Une deuxième révolution quantique	31
Les expériences d'intrication	31
Objets quantiques individuels	34
1.9. Conclusion de l'historique	35
Chapitre 2. Systèmes à deux niveaux	39
2.1. Introduction	39
2.2. La polarisation d'un photon	40
2.2.1. Faits expérimentaux	41
2.2.2. Constats	42
2.2.3. Interprétation	42
2.2.4. Formalisme mathématique	43
2.2.4.1. Description classique	43
2.2.4.2. Description quantique	45
2.2.4.3. Interprétation de ces probabilités	47
2.3. Polarisation de deux photons et intrication	48
2.3.1. Le produit tensoriel	48
2.3.2. Revenons à nos photons	49
2.3.2.1. Mathématiquement	49
2.3.2.2. Expérimentalement	51
2.3.3. Théorème de non clonage quantique	53
II. Surprises quantiques	
Chapitre 3. L'interféromètre de Mach-Zehnder	57
3.1. Introduction	57
3.2. Présentation	57
3.3. Faits expérimentaux	60

3.4.	Constats	60
3.5.	Interprétation	62
3.6.	Formalisme mathématique	63
3.6.1.	Préambule	63
3.6.2.	Vecteur d'état	63
3.6.3.	Effet d'un miroir semi transparent	64
3.6.4.	Effet d'un miroir	65
3.6.5.	Effet d'une différence de trajet	65
3.6.6.	Calcul de la probabilité de détection	65
3.6.7.	Modélisation de l'interféromètre	65
3.6.8.	Détecter le chemin	67
3.6.9.	Discussion	67
Chapitre 4.	La cryptographie quantique	69
4.1.	Principe de base	69
4.2.	La distribution quantique de clés	71
4.2.1.	Le protocole BB84	71
4.2.2.	Erwin démasqué	73
4.2.3.	En conclusion	74
Chapitre 5.	L'article EPR et le théorème de Bell	77
5.1.	Introduction	77
5.2.	L'interprétation de Copenhague	77
5.3.	Localité et Réalité	78
5.4.	L'article EPR	78
5.5.	Une Bell idée	79
5.6.	Démonstration du théorème de Bell	81
5.6.1.	La règle de Born	81
5.6.1.1.	Rappel de probabilités et de notation	81
5.6.1.2.	Exemples	84
5.6.2.	Revenons à l'intrication	85
5.6.2.1.	Un système à deux photons	86
5.6.2.2.	Abracadabra	88
5.6.3.	Au coeur du paradoxe	89
5.6.4.	Une variable peut en cacher une autre	93
5.6.5.	Le théorème de Bell	94
5.7.	Mise en pratique de l'inégalité de Bell	96
5.8.	Conclusion	97
Chapitre 6.	La téléportation quantique	99
6.1.	Le protocole	99
6.2.	Les détails croustillants	100
6.3.	Remarque importante	102
III. Exercices		
Chapitre 7.	Exercices	105
7.1.	Historique	105
7.1.1.	Approfondissements	105
7.1.2.	Technologies	105
7.1.3.	Distinction classique/quantique	105
7.1.4.	Incertitudes	105
7.1.5.	Dualité onde/corpuscule	105
7.1.6.	Approfondissements abyssaux	106

Table des matières

7.2.	Systèmes à deux niveaux	106
7.2.1.	Polariseur et un photon	106
7.2.2.	Cas limite	106
7.2.3.	Bases d'un vecteur d'état	106
7.2.4.	Intriqué ou non ?	107
7.2.5.	Polariseur et deux photons intriqués	107
7.3.	Interféromètre de Mach-Zehnder	108
7.3.1.	Notation de Dirac	108
7.3.2.	Miroir semi transparent	108
7.3.3.	Modélisation de l'interféromètre	108
	Matrices de Pauli	108
7.4.	Cryptographie quantique	108
7.4.1.	Le ou exclusif	108
7.4.2.	Le message crypté est aléatoire	109
7.4.3.	Partage d'une clé secrète	109
7.4.4.	Erwin à l'écoute	109
7.5.	EPR et inégalités de Bell	110
7.5.1.	Vérification n'est pas raison	110
7.5.1.1.	on commence	110
7.5.1.2.	on continue	110
7.5.1.3.	encore un peu	111
7.6.	Téléportation quantique	111
7.6.1.	Identités remarquées	111
7.6.2.	La mesure de Bell	111
7.6.3.	Issues de la mesure de Bell	112
7.6.4.	Interversion d'intrication	112
IV. Laboratoires		
Chapitre 8.	Laboratoires virtuels	115
8.1.	Les mystères de la polarisation	115
8.1.1.	Effet des filtres	115
8.2.	La solitude du photon	116
8.2.1.	L'interféromètre de Mach-Zehnder pour un faisceau	116
8.2.1.1.	Expérience	116
8.2.2.	L'interféromètre de Mach Zehnder pour un photon unique	117
8.2.2.1.	Expérience	117
Bibliographie	119
Index	121

Avant Propos

Origine du projet

Dans l'enseignement secondaire suisse, les enseignants ont la possibilité de s'inscrire chaque année à des cours de formation continue. Dans chaque discipline, le choix des thèmes de ces cours incombe à un groupe de maîtres bénévoles, membres de leur société de branche, elle-même affiliée à la société faîtière¹. En physique, tant les sujets que le lieu et la forme des cours ont été très variés au cours des années. Il se trouve qu'en septembre 2010, c'est à Champéry que les participant(e)s se sont retrouvé(e)s durant trois jours pour assister à des présentations sur les fondements de la physique et en 2011, toujours à Champéry, sur la physique « moderne ».

Un mot d'explication s'impose sur les guillemets : on qualifie de « moderne » la physique dont les fondements théoriques ont été posés au début du XXe siècle :

- 1900 premier papier sur les quanta par Max Planck,
- 1905 théorie de la relativité restreinte par Albert Einstein.

On voit que ces sujets sont de moins en moins modernes puisqu'ils ont tous deux plus de cent ans, mais force est de constater que les programmes scolaires ne les incluent pas, ou se contentent de les effleurer dans les cours d'option spécifique. Il faut toutefois savoir que les confirmations expérimentales n'arrivent parfois que bien après les prédictions théoriques, et que les notions nouvelles continuent d'arriver : pour exemple, John Bell a formulé ses fameuses inégalités en 1964, et elles n'ont été expérimentalement vérifiées par Alain Aspect qu'en 1982. On a depuis beaucoup écrit sur l'intrication, la délocalisation et la décohérence : ces concepts sont véritablement récents, donc modernes.

C'est en ayant fait ce constat que les membres de la Commission Romande de Physique ont choisi les thèmes des formations continues de 2010 et 2011. A leur grande joie, ils ont répondu à une véritable attente, car ces cours ont attiré deux ans de suite une soixantaine de participant(e)s venu(e)s de toute la Suisse romande. En fin de journée, une fois les conférences terminées, tout ce monde réuni dans un village au fond d'une vallée ne peut que se croiser fréquemment : les fins d'après-midi, les repas et les soirées ont été fort animés et après trois jours de ce régime, beaucoup se sentaient revigorés.

Aussi, durant le voyage de retour à Genève, l'un de nous a lancé l'idée : « *Pour qu'il reste quelque chose des présentations auxquelles nous venons d'assister ces derniers jours, il faudrait écrire un cours qui soit utilisable en classe, avec exercices au niveau des élèves.* » L'idée a fait son chemin, et une demande a été faite auprès du service Recherche et Développement afin d'obtenir une décharge horaire pour la réalisation de ce projet, qui a démarré

1. SSPES : Société Suisse des Professeurs de l'Enseignement Secondaire

l'année suivante, soit en septembre 2012. Les théories modernes citées plus haut ont alors pris tout leur sens : nous avons constaté combien le temps à disposition était relatif vis-à-vis du temps nécessaire à la concrétisation du projet, combien l'histoire des différentes notions est... intriquée, et combien il est ardu de les rendre... cohérentes, si bien que, comme nous aurions dû nous y attendre, seuls deux chapitres étaient écrits en juin 2013. Fort heureusement nous avons pu bénéficier d'un nouveau soutien durant une deuxième année afin de poursuivre notre effort.

Nous écrivons « poursuivre » et non « achever », car nous sommes bien conscients que ce travail est largement perfectible, mais il a le mérite d'exister, et nous espérons que les enseignant(e)s concerné(e)s pourront en extraire 1, 2 ou 10 pages, telles quelles ou modifiées, avec ou sans exercices. Nous avons souhaité mettre à disposition des collègues un document qui résume l'histoire, rassemble des notions théoriques récentes et tente de les présenter et de les faire exercer de manière accessible à des élèves d'option spécifique PAM, afin de favoriser l'entrée dans les cours de cette physique véritablement actuelle.

L'avenir dira si notre but a été, au moins en partie, atteint !

Guide de lecture

Ce cours se subdivise en quatre parties complémentaires.

La partie I, nommée « En guise d'introduction » présente un historique ainsi que les notions théoriques indispensable à l'approfondissement de la matière :

- Le chapitre 1 présente l'historique de la physique quantique. Il décrit les questions qui ont conduit à une remise en cause de la vision classique de la physique, introduit quelques notions fondamentales de physique quantique, explique les écueils rencontrés par les pionniers, met en exergue les différences épistémologiques qui ont opposé les partisans d'Einstein de ceux de Bohr et finalement s'ouvre aux découvertes de la fin du XXe siècle qui fondent notre compréhension actuelle. Ce chapitre est accessible aux élèves de tous niveaux intéressés à comprendre l'origine de cette science.
- Le chapitre 2 est une introduction plutôt théorique aux systèmes les plus simples étudiés en physique quantique : les systèmes à deux niveaux. On peut l'aborder de deux façons distinctes. La première, peu mathématisée et destinée aux élève d'option complémentaire consiste à utiliser le laboratoire virtuel proposé pour découvrir les étranges propriétés de la polarisation des photons. On pourra même calculer la valeur de l'intensité transmise par un polariseur et la relier à la probabilité de transmission dans le cas d'un photon unique. La seconde façon d'aborder ce chapitre, plutôt destinée aux élèves d'option spécifique, est de se plonger dans la notation de Dirac. C'est une première approche pragmatique du formalisme qui permet de comprendre ce qu'un état intriqué signifie ou de démontrer simplement le théorème de non clonage quantique.

0.0 Guide de lecture

La partie II, nommée « Surprises quantiques » donne un aperçu des propriétés étonnantes de la nature au niveau quantique :

- Le chapitre 3 nous plonge plus avant dans l'étrangeté de cette physique en étudiant le fonctionnement de l'interféromètre de Mach-Zehnder. On découvre, au travers d'un laboratoire virtuel, qu'une particule quantique peut se comporter comme une onde pour interférer avec elle-même lorsqu'on ne connaît pas le chemin qu'elle emprunte. Ce laboratoire permet d'observer le comportement bizarre d'un photon unique et d'aborder quelques questions centrales de la théorie quantique. Cette première partie est accessible à un large public. L'instrument de mesure est ensuite décrit au niveau mathématique à l'aide de la théorie classique puis à l'aide de la théorie quantique. Cette approche permet de comparer les deux théories mais impose une connaissance de la théorie ondulatoire ainsi qu'une maîtrise de la notation de Dirac. Cette deuxième partie sera donc plutôt réservée aux étudiants d'option spécifique.
- Le chapitre 4 traite de la cryptographie quantique. C'est un chapitre important pour les étudiants genevois puisque le groupe de physique appliquée optique de l'Université de Genève, dirigé par Nicolas Gisin, a été un précurseur dans le développement théorique et la mise en pratique de ce concept. Ce chapitre reste toutefois très général et peut être abordé par des étudiants de tous niveaux. La lecture des chapitres introductifs reste un préalable important.
- Le chapitre 5 aborde une question centrale de l'interprétation de la physique quantique : la non localité est-elle une propriété de notre monde ou s'agit-il d'un artefact émergeant d'une théorie incomplète ? On entre ici dans le cœur de la théorie quantique où s'entremêlent concepts théoriques, calculs ardues et mise en abîme épistémologique. Les premiers paragraphes peuvent être lus sans connaissances préalables mais on entre très vite dans un formalisme mathématique qui exige la maîtrise des techniques présentées dans les chapitres précédents. Les conclusions sont toutefois claires et accessibles à tout un chacun.
- Le chapitre 6 expose la recette du protocole de téléportation quantique de deux façons complémentaires. Dans un premier temps, une description de ce protocole permet aux élèves de tous niveaux d'en comprendre le principe. Dans un deuxième temps on reprend chaque étape du protocole pour plonger dans les détails mathématiques qui permettent de saisir la nature intime de ce qui est téléporté.

La partie III, répertorie des exercices qui illustrent les six chapitres précédents. Les exercices peuvent servir à illustrer ou renforcer des notions, à démontrer des affirmations posées de manière péremptoire ou à aborder des sujets qui prolongent la réflexion amorcée dans le cours.

Enfin, la partie IV regroupe les différents laboratoires virtuels proposés aux étudiants. Ces laboratoires fondent en quelque sorte la réflexion des étudiants puisqu'ils présentent fidèlement les expériences qui ont conduit à l'élaboration de la physique telle que nous la comprenons aujourd'hui. Ils sont la pierre angulaire de ce cours et peuvent être abordés par tous.

Première partie

En guise d'introduction

Chapitre 1

Historique

1.1. Introduction

Il est coutume de dire que deux grandes révolutions physiques ont traversé le XXème siècle : la relativité et la physique quantique. Les deux ont remis en cause radicalement l'image que nous avons du monde et des notions que l'on croyait établies de façon solide. Mais il n'y a aucun doute que la physique quantique a bouleversé d'une façon beaucoup plus radicale notre vie et c'est pour ça nous croyons que l'on peut parler de révolution quantique au même titre que l'on avait pu parler de révolution industrielle au XIXème siècle avec l'invention de la machine à vapeur.

Car la physique quantique a non seulement bouleversé les concepts, mais également entraîné un bouleversement de la société dans laquelle nous vivons. Nous ne citerons qu'un exemple : c'est la société de l'information et de la communication, qui n'existerait pas si on n'avait pas inventé les ordinateurs et les lasers de façon à pouvoir transmettre l'information très vite dans les autoroutes de l'information, à travers les fibres optiques. Ces inventions n'auraient pas pu se faire sans une compréhension profonde du monde quantique. Ce n'est certainement pas un bricoleur dans son garage qui aurait pu inventer le laser et les circuits intégrés qui sont à la base des ordinateurs.

En fait, quand on regarde un peu plus en détail la physique quantique au cours du XXème siècle on s'aperçoit qu'il y a plutôt deux révolutions quantiques. La première débute avec le XXème siècle, en 1900, avec Planck, puis avec Einstein et va être basée, pour schématiser, sur la célèbre dualité onde/corpuscule. Cela va bouleverser toute la physique et entraîner toutes ces applications dont nous reparlerons un peu plus tard. On aurait pu penser autour des années 1960 que le sujet commençait à s'épuiser. Or, curieusement à ce moment-là, on a commencé à comprendre qu'il y avait un concept qui avait été identifié dans les années 1930 par Einstein, puis par Schrödinger, qui s'appelle l'intrication quantique et dont on a réalisé qu'il était radicalement différent de cette dualité onde/corpuscule. Au même moment les progrès expérimentaux ont permis de faire des expériences beaucoup plus fines que ce que l'on faisait auparavant, cette fois sur des objets quantiques individuels.

Cet ensemble a donné naissance à une seconde révolution quantique qui est en train de se développer sous nos yeux. C'est de ces deux révolutions quantiques que nous allons vous parler maintenant.

1.2. Naissance et préhistoire de la théorie quantique

Planck, Einstein et Bohr.

Nous voudrions vous inviter à une première visite dans le monde quantique et pour ce faire le plus simple est de commencer par un petit rappel historique : Qu'est-ce que le monde quantique ? Qu'est-ce que la théorie quantique qui le décrit ?

En fait la théorie quantique a maintenant un bon siècle derrière elle. Ce qui veut dire que, quand on la considère comme de la physique «moderne», il faut sans doute mettre des guillemets à cet adjectif. Elle a passé le test d'un siècle de comparaisons avec l'expérience et d'approfondissements théoriques. Ce qui veut dire que, désormais, c'est une théorie avec laquelle les physiciens sont familiers et sur laquelle ils s'appuient pour la plupart de leurs travaux.

Comment est-elle née ? Elle est née au début du XX^{ème} siècle, après quelques décennies de crise de ce que nous appelons aujourd'hui la physique classique. La physique classique, par différence, c'est précisément la physique d'avant les deux grandes crises du début du XX^{ème} siècle, la physique d'avant la théorie quantique, la physique d'avant la relativité. C'est la physique de Galilée, de Descartes, de Newton, de Lagrange, de Carnot et de Maxwell. C'est la physique, d'abord de la mécanique au XVII^{ème} et au XVIII^{ème} siècle, puis de la thermodynamique et de l'électromagnétisme.

En trois siècles donc, XVII^{ème}, XVIII^{ème} et XIX^{ème}, cette physique avait accompli des progrès considérables et permettait de décrire une grande partie, l'essentiel d'ailleurs, des phénomènes que nous observons autour de nous. Les phénomènes du mouvement, les phénomènes de la chaleur et puis au cours du XIX^{ème} siècle les phénomènes de l'électricité et du magnétisme. Nous reviendrons un peu plus tard sur les idées de base, sur les concepts fondamentaux à l'aide desquels la théorie classique décrivait et décrit encore le monde. Toujours est-il qu'à la fin du XIX^{ème} siècle les physiciens ont buté sur un certain nombre de phénomènes qui ne semblaient plus explicables par leurs théories établies, par la mécanique, par la thermodynamique et par l'électromagnétisme.

Le premier de ces phénomènes était tout simplement le phénomène atomique. Nous voulons dire par là la certitude que la matière était composée d'atomes et la nécessité de décrire ces atomes. Les physiciens ont compris relativement vite que les atomes étaient composés de particules chargées. Du coup un problème surgit : la théorie électromagnétique telle qu'on la connaissait à la fin du XIX^{ème} siècle demandait que ces atomes puissent rayonner, rayonner de l'énergie, de la lumière en particulier. Et de fait c'est bien ce que l'on observait, puisque les physiciens travaillaient sur les spectres atomiques, regardaient quelle était la nature des rayonnements émis. Ce qui leur permettait d'ailleurs d'identifier ces atomes.

Mais il y avait un petit problème simplement, les théories qu'ils avaient ne permettaient nullement d'expliquer la nature d'abord de ces spectres, c'est-à-dire le fait que la lumière émise par un atome consiste en raies spectroscopiques, c'est-à-dire en rayonnements de longueurs d'onde bien définies, et non pas en un continuum de longueurs d'ondes. Rien ne permettait dans la mécanique et l'électromagnétisme tels qu'on les connaissait, de prévoir l'existence de ces fréquences particulières et encore moins donc de les calculer. Plus grave peut-être, il semblait que la théorie classique soit incapable d'expliquer la stabilité même des atomes. En effet, suivant la théorie classique un atome devait rayonner de l'énergie de façon continue et s'effondrer sur lui-même de telle façon que leur persistance, leur stabilité n'était

1.2 Naissance et préhistoire de la théorie quantique

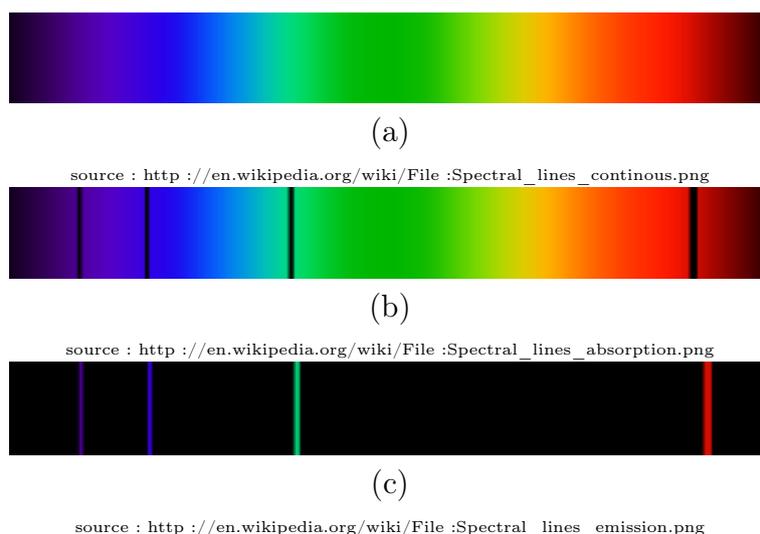


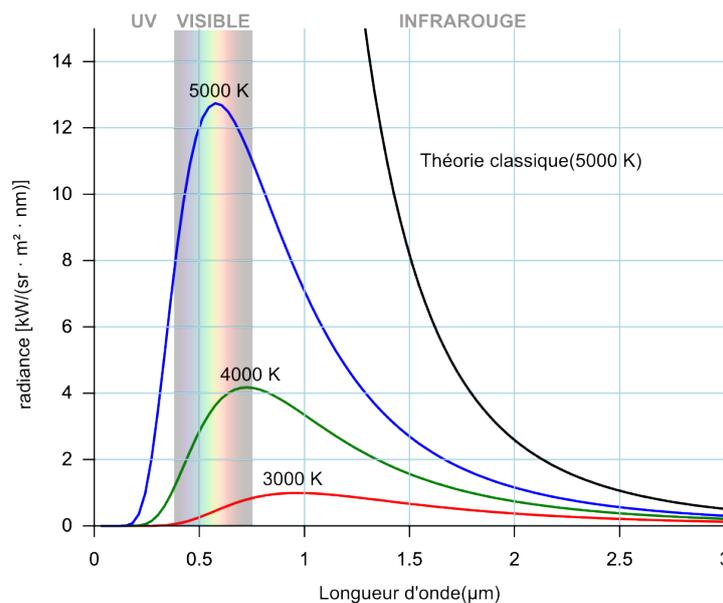
FIGURE 1.2.1. Spectre électromagnétique (a), Spectre d'absorption (b), spectre d'émission (c)

pas garantie. C'était donc tout simplement l'incapacité de la physique classique à garantir la stabilité de la matière telle que nous l'observons, dans le même ordre d'idée, mais à une échelle plus macroscopique.

Nous reviendrons sur ce thème, car il ne faudrait pas croire que la physique quantique ne décrit que des phénomènes microscopiques. A l'échelle macroscopique, il existe un phénomène connu de tout temps de l'humanité et utilisé dans des techniques artisanales extrêmement anciennes. C'est le fait qu'un corps chauffé à haute température rayonne et que la couleur de ce rayonnement témoigne de la température auquel ce corps est porté. Comme les potiers qui cuisent leurs céramiques dans les fours et les forgerons le savent depuis très longtemps, plus on chauffe un corps plus sa couleur passe du rouge, à l'orange, puis au jaune, puis au blanc. Il y a donc un rapport très étroit entre la température d'un corps et le rayonnement qu'il émet.

Là encore il y a échec de la théorie classique à expliquer ce rayonnement. Rayonnement d'ailleurs très curieusement dénommé par les physiciens « rayonnement du corps noir » ce qui est un oxymore de première classe. Cela veut dire simplement que ce rayonnement, idéalement, celui que l'on cherche à comprendre, c'est celui qu'aurait un corps qui serait absolument noir à basse température. Autrement dit qui serait capable d'absorber et éventuellement de réémettre toutes les radiations qu'il recevrait. Ce rayonnement donc, on ne pouvait pas le calculer par la théorie classique qui prédisait le rayonnement d'une quantité infinie d'énergie. Là encore impossibilité de stabiliser la matière, puisque portée à une température quelconque, elle semblait capable d'émettre une quantité infinie d'énergie, ce qui est une absurdité évidente. Autre problème, et nous revenons à l'échelle atomique ici, les chimistes savaient depuis quelques décennies que la matière est composée de molécules et que ces molécules sont des édifices atomiques.

Comment ces atomes se lient-ils entre eux ? Quelle est la nature des forces ? On soupçonnait qu'elles étaient électromagnétiques, mais on ne pouvait guère en dire plus et expliquer la stabilité de certains édifices moléculaires et pas d'autres, ainsi que leurs formes et leurs propriétés. On voit donc que des observations extrêmement simples : la stabilité de la matière, le rayonnement des corps chauffés, ne pouvaient pas être pris en compte par la physique classique qui connaissait donc en cette fin du XIX^{ème} siècle une grave crise. Nous insistons



source : http://en.wikipedia.org/wiki/File:Spectral_lines_continuous.png

FIGURE 1.2.2. Spectre de rayonnement du corps noir.

A droite, en noir, la catastrophe ultraviolette prévue par la théorie classique, à gauche les courbes tirées de la formule de Planck

encore une fois en vous faisant remarquer qu'il ne s'agissait pas seulement de phénomènes de type microscopique, à l'échelle atomique et moléculaire, mais aussi de phénomènes concernant l'observation du monde autour de nous à notre propre échelle.

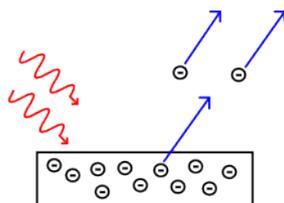
C'est dans ces conditions qu'est née la théorie quantique et sa préhistoire, pourrait-on dire, s'étend sur la première décennie, un petit peu plus, du XX^{ème} siècle. Cette préhistoire commence avec Max Planck qui, en 1900, s'attaquant au problème du rayonnement des corps portés à haute température, rayonnement dit du « corps noir » et s'apercevant que la thermodynamique classique est incapable d'en rendre compte, fait c'est ce qu'il appelle lui-même une hypothèse désespérée pour tenter d'obtenir une formule, une explication théorique compatible avec les observations. Il fait l'hypothèse que les échanges d'énergie entre la matière et le rayonnement ne se font pas de façon continue, que la matière et le rayonnement ne peuvent pas échanger n'importe quelle quantité d'énergie, mais que ces échanges se font par petits paquets discontinus, discrets, des entités insécables, que Max Planck va appeler des quanta en utilisant le mot latin "quantum". C'est de là que vient bien évidemment la dénomination « théorie des quanta », comme on disait au début, « théorie quantique » comme nous disons aujourd'hui. Cette théorie met donc dans sa dénomination l'accent sur la discontinuité ainsi introduite par Planck dans les échanges d'énergie entre matière et rayonnements. Nous verrons plus tard que discontinuité certes il y a, mais que l'on ne peut pas résumer la théorie quantique à ce seul aspect. Toujours est-il qu'avec cette hypothèse, encore une fois désespérée, parce qu'incompatible avec que tout ce que les physiciens croyaient savoir jusque-là, Planck arrive à rendre compte de ce rayonnement et à obtenir une formule, la formule de Planck, qui décrit parfaitement la façon dont un corps porté à une certaine température émet du rayonnement et la couleur de ce rayonnement. Nous comprenons enfin, et il aura fallu attendre 1900, pourquoi un fer chauffé à la forge devient rouge ou pourquoi un pot de terre dans un four de céramiste prend telle ou telle couleur.

Le succès de la théorie de Planck va donner des idées à d'autres et cette idée de la

1.2 Naissance et préhistoire de la théorie quantique

discontinuité des échanges entre matière et rayonnements ne va pas tomber dans l'oreille d'un sourd, en l'occurrence du jeune Albert Einstein qui, en 1905, fait un pas de plus, un pas révolutionnaire. On sait qu'en 1905 Einstein a fait de nombreux pas révolutionnaires. Il dit que non seulement les échanges d'énergie entre rayonnement et matière se font par quanta, par quantités élémentaires, mais il dit qu'en fait c'est parce que le rayonnement lui-même est formé de grains d'énergie, que l'on va appeler plus tard les photons. Ce qui est un pas conceptuel beaucoup plus grand que celui qui avait été fait par Planck. Einstein va donc généraliser l'hypothèse de Planck et l'appliquer à un autre phénomène qui restait incompréhensible jusque-là : l'effet photoélectrique.

L'effet photoélectrique, c'est la capacité qu'ont certains corps, des métaux, lorsqu'on les illumine avec un certain rayonnement, ultraviolet par exemple, d'émettre des électrons. La chose très curieuse constatée et inexplicée à la fin du XIX^{ème} siècle, c'est que si l'on augmente l'intensité du rayonnement, on ne change pas l'énergie des électrons émis. Plus l'intensité de la lumière que l'on envoie sur le métal est grande, plus le nombre d'électrons émis est grand, plus l'intensité du courant est grande. Mais l'énergie de chacun de ces électrons ne dépend que de la fréquence de la lumière que l'on envoie sur le métal. Et ce phénomène était quelque chose que les théories classiques ne permettaient pas de comprendre.



source : https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Photoelectric_effect.svg

FIGURE 1.2.3. Principe de l'effet photoélectrique

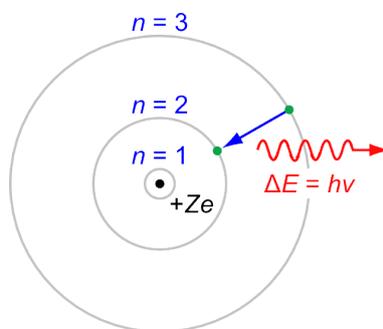
Einstein applique alors l'idée de Planck, c'est à dire l'idée des petits paquets d'énergies, des quanta, ce qui lui permet de comprendre pourquoi l'énergie des électrons ne dépend que de cette fréquence. En effet, ce que nous n'avons pas dit, c'est que dans l'explication de Planck du rayonnement du corps noir, l'énergie de ces petits paquets, l'énergie des quanta, était une fonction de leur fréquence. Autrement dit avec l'explication d'Einstein de l'effet photoélectrique, on a la situation suivante : un quantum d'énergie électromagnétique, doté d'une certaine énergie qui dépend uniquement de sa fréquence, arrive sur le métal et éjecte un électron. L'énergie de l'électron ne dépend donc que de la fréquence du quanton initial. Pour expliquer l'effet photoélectrique Einstein prévoit donc des lois tout à fait surprenantes, choquantes pour les physiciens classiques, tellement choquantes qu'à l'époque personne ne le croit. Une dizaine d'années plus tard Millikan, très grand physicien expérimentateur américain, entreprend des expériences pour démontrer la fausseté des prédictions d'Einstein sur l'effet photoélectrique. Et au terme d'expériences magnifiques, longues et difficiles, Millikan conclut qu'en fait Einstein a raison.

On croit d'habitude qu'Einstein a obtenu le prix Nobel pour la relativité. En fait en 1922 Einstein reçoit le prix Nobel justement pour ses lois sur l'effet photoélectrique. Donc le jury du prix Nobel avait bien réalisé à l'époque le caractère révolutionnaire de cette hypothèse d'Einstein. Alors ce quantum d'énergie qu'on a prit l'habitude depuis, mais bien plus tard, d'appeler tout simplement "photon", c'est le grain de lumière, c'est l'élément infinitésimal, c'est la particule de lumière. Mais le mot photon ne naît que dans les années 1921, ce qui montre à quel point il faut du temps pour accepter les idées nouvelles et les dénommer.

Le succès d'Einstein dans l'explication de l'effet photoélectrique fait évidemment beaucoup à l'époque pour persuader les physiciens que l'hypothèse de Planck est féconde et qu'elle repose sur une compréhension profonde de la matière.

La troisième étape de la Préhistoire de la théorie quantique va être due à Niels Bohr, physicien danois, qui en 1913 va être capable, grâce à cette hypothèse quantique, d'expliquer la stabilité des atomes, dont nous avons dit au départ que c'était l'un des grands problèmes qui restaient ouverts. En effet Bohr va proposer en 1913 un modèle atomique, extrêmement célèbre, suivant lequel, contrairement à tout ce que nous disait la physique classique, les électrons ne vont pas tourner sur n'importe quelle orbite possible autour du noyau atomique, mais simplement sur des orbites discontinues, discrètes, spéciales, sélectionnées précisément par une hypothèse de type quantique que va faire Bohr. A partir du moment où Bohr est capable de montrer que seules certaines orbites sont accessibles aux électrons et qu'en particulier, point essentiel, il existe une orbite de plus basse énergie, le problème de la stabilité des atomes est réglé. Il n'y a pas d'instabilité des atomes parce qu'une fois que les électrons sont sur leurs orbites de plus basse énergie, il ne peut plus rien se passer, l'atome ne peut plus rayonner d'énergie.

Et donc le succès de Planck en expliquant le rayonnement du corps noir, d'Einstein pour expliquer l'effet photoélectrique, de Bohr pour expliquer la stabilité des atomes constituent cette Préhistoire de la théorie quantique à partir de laquelle les physiciens vont devoir développer une véritable théorie. Parce qu'il faut bien le dire, nous n'en sommes pas encore là à cette époque. Par exemple le modèle atomique de Bohr n'est pas d'une cohérence parfaite, puisqu'il garde les idées classiques, à savoir l'idée de trajectoire, que les électrons sont comme des petits corpuscules qui tourneraient sur des trajectoires bien définies et simplement Bohr injecte une hypothèse pour sélectionner ces trajectoires.



source : <http://en.wikipedia.org/wiki/File:Bohr-atom-PAR.svg>

FIGURE 1.2.4. L'atome de Bohr

En fait on va s'apercevoir dans les années qui suivent qu'il faut pour obtenir une théorie quantique cohérente modifier de fond en comble les conceptions classiques et renoncer par exemple à l'idée même de trajectoire. Là s'ouvrira à partir de la fin des années 1910 et dans les années 1920 la véritable histoire de la théorie quantique et la création de ces concepts propres. En effet on peut percevoir que l'explication d'Einstein de l'effet photoélectrique ouvre une brèche troublante dans les modèles existants. Que nous dit Einstein ? Il nous dit que le rayonnement est formé de « grains », de « grains » élémentaires d'énergie, des sortes de particules, les photons.

Mais bien entendu, on ne peut pas oublier tout l'acquis des siècles passés, et en particulier au XIXème siècle, le fait que des physiciens géniaux, comme Young en Angleterre et Fresnel en France, ont démontré de façon irréfutable que pour comprendre de nombreuses propriétés

1.3 Les domaines d'application de la théorie quantique

de l'optique, il faut admettre que la lumière est une onde. Et voilà que maintenant Einstein nous dit que ce sont des particules. Comment arriver à réconcilier les deux ? Cela va être la fameuse dualité onde/corpuscule énoncée par Louis de Broglie dans les années 1923-1924 qui va être mise en équation dans un formalisme mathématique, ou plutôt dans deux formalismes mathématiques, dont on a du mal au début à comprendre la relation.

D'une part, il y a Schrödinger, qui développe une équation d'onde, la fameuse fonction d'onde qui va décrire l'évolution des particules. D'autre part il y a Heisenberg qui développe un formalisme des matrices, la mécanique des matrices. Il va falloir attendre quelques années et les calculs de Dirac pour qu'on comprenne l'équivalence mathématique entre ces deux traitements.

Nous arrivons donc à la fin des années '20, au début des années '30, avec un formalisme mathématique qui est capable de rendre compte simultanément des propriétés ondulatoires et des propriétés particulières de la lumière. Mais qui de façon symétrique, rend compte très bien des propriétés de particules et des propriétés d'ondes, par exemple des électrons dans la matière.

1.3. Les domaines d'application de la théorie quantique

Avant d'en venir à ces concepts propres de la théorie quantique, il convient d'expliquer quelle est l'ampleur de cette théorie, quel est son domaine d'application. Il est immense.

La théorie quantique s'applique d'abord, pourrait-on dire, au monde des atomes et des molécules à partir de cette préhistoire que nous décrivions, à partir de l'idée de Bohr. On va ensuite pouvoir comprendre de façon détaillée la structure des atomes, leur rayonnement, leur spectre électromagnétique, puis comprendre les édifices moléculaires, la nature des liaisons entre atomes qui explique la formation des molécules. C'est-à-dire finalement les fondements même de la chimie. C'est, pourrait-on dire, l'échelle de la première théorie quantique, celle des années de 1920 à 1930, qui rend compte de ce monde atomique et moléculaire, qui rend compte donc du monde à ce que l'on pourrait appeler l'échelle nanoscopique, l'échelle du nanomètre comme on dit de nos jours, le nanomètre étant le milliardième de mètre. C'est grosso modo l'ordre de grandeur de la taille des atomes et des molécules. A cette échelle-là, ce sont donc les propriétés optiques des atomes, les propriétés chimiques des molécules, les propriétés électriques des assemblages d'atomes. C'est-à-dire toute la physique des solides, comprendre pourquoi un métal conduit l'électricité par exemple, et pourquoi au contraire certains corps isolants ne conduisent pas l'électricité. C'est la tâche que les physiciens vont accomplir pour l'essentiel dans les années 1920 à 1930. Mais d'ores et déjà dès cette époque, ils avaient compris que le domaine de la théorie quantique ne se limite pas à l'échelle atomique et moléculaire.

Dès le début des années 1920, ils avaient envisagé que la théorie quantique s'appliquait aussi à l'échelle du noyau atomique lui-même, qui est beaucoup plus petit que l'atome. Le noyau atomique a une taille qui est environ 100'000, voire 1 million de fois plus petite que celle d'un atome. Il y avait donc a priori la possibilité de penser que la physique quantique mise au point pour rendre compte de l'échelle atomique connaîtrait ses limites et qu'il faudrait peut-être imaginer une autre théorie pour rendre compte de l'échelle nucléaire. Heureusement tel n'est pas le cas et les physiciens s'aperçoivent dès les années 1920, avec la théorie de Gamow de la radioactivité alpha, que la théorie quantique qu'ils sont en train de mettre au

	fermions (3 générations de la matière)			bosons (forces)	
	I	II	III		
masse →	2.4 MeV	1.27 GeV	171.2 GeV	0	électromagnétisme
charge →	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	
spin →	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
nom →	u up	c charm	t top	γ photon	
					interaction forte
	4.8 MeV	104 MeV	4.2 GeV	0	
	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
Quarks	d down	s strange	b bottom	g gluon	
					interaction faible
	<2.2 eV	<0.17 MeV	<15.5 MeV	91.2 GeV	
	0	0	0	0	
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
	ν_e neutrino électronique	ν_μ neutrino muonique	ν_τ neutrino tauique	Z^0 boson Z^0	
					interaction faible
	0.511 MeV	105.7 MeV	1.777 GeV	80.4 GeV	
	-1	-1	-1	± 1	
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
Leptons	e électron	μ muon	τ tau	W^\pm boson W	

source : http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Mod%C3%A8le_standard_des_particules_%C3%A9l%C3%A9mentaires.svg

FIGURE 1.3.1. Les particules du modèle standard. La matière telle que nous la connaissons

point et de développer continue à être valable pour le niveau nucléaire. C’est une grande et heureuse surprise d’une certaine façon puisqu’on peut donc descendre dans l’échelle de la matière d’un facteur 1 million et garder encore une fois les mêmes idées. Nous sommes là à l’échelle que l’on pourrait appeler femtoscopique, qu’aujourd’hui on désigne par femtomètre, le millionième de milliardième de mètre, c’est-à-dire 10^{-15} mètre, qui est l’échelle des noyaux des atomes. La théorie quantique s’applique donc à l’échelle nucléaire, continue à être valable à une échelle encore plus petite, au mois 1000 fois plus petite, l’échelle de la physique des particules fondamentales. Ces particules bizarres, instables, multiples, que l’on étudie dans les grands accélérateurs de particules. C’est la physique des baryons, des mésons, des neutrinos, qui a d’ailleurs aussi des applications en astrophysique. C’est la pointe avancée, peut-on dire, de notre exploration de la matière aujourd’hui. Eh bien cette physique reste régie, dans des conditions un peu plus complexes bien entendu, mais reste régie par la théorie quantique.

C’est une surprise à certains égards de constater que cette théorie quantique mise au point donc voici maintenant à peu près un siècle, tout du moins pour sa préhistoire, reste après un siècle d’une robustesse qui n’est pas mise en cause. Nous ne connaissons à l’heure actuelle aucun phénomène physique qui contredise les idées de base de la théorie quantique. Et encore une fois c’est une surprise, puisque lorsque nous sommes passés du XIXème siècle au début du XXème siècle, de notre échelle quotidienne, soit l’échelle du mètre et du millimètre, à une échelle un milliard de fois plus petite, nous avons dû radicalement changer de concepts. Eh bien en diminuant encore notre échelle d’un facteur considérable nous n’avons pas eu besoin de changer cette théorie. C’est encore une fois une surprise, une bonne surprise, qui fait que la théorie quantique aujourd’hui reste la grande théorie universelle qui décrit le comportement de la matière telle que nous la connaissons.

Mais ces effets quantiques que vous voyons donc à cette petite échelle, celle des atomes, des noyaux et des particules fondamentales, nous savons déjà depuis sa préhistoire que ces effets se manifestent aussi à notre échelle. Nous l’avons bien vu tout à l’heure à propos du rayonnement du corps noir ou encore, par exemple, à propos des propriétés électriques des métaux et des isolants. Il existe des effets quantiques à notre échelle. Tout simplement d’ailleurs, sans aller beaucoup plus loin, le fait que la matière soit dure, que quand je pose mon doigt sur la table, il ne passe pas au travers. Ceci pourrait paraître étrange quand on

1.3 Les domaines d'application de la théorie quantique

sait à quel point un atome est ténu, un noyau c'est tout petit, il y a quelques électrons qui se promènent très loin de lui. On pourrait penser a priori que les électrons de mon doigt peuvent très bien passer au milieu des électrons de la table sans les déranger beaucoup. De fait d'ailleurs, si ces électrons et les noyaux étaient des particules de type classique, cette transparence de la matière à elle-même serait effective. C'est en fonction uniquement des comportements quantiques de la matière qu'elle est impénétrable.

Nous voyons donc que les propriétés que nous tenons pour acquises, les plus banales de la matière, sa dureté par exemple ou son impénétrabilité, ne peuvent s'expliquer en fait que par les idées quantiques sous-jacentes. Donc la théorie quantique finalement nous en avons besoin aussi pour expliquer la matière à notre échelle familière. Mais il y a mieux ! Non seulement nous avons besoin de la théorie quantique pour expliquer la matière à notre échelle, mais nous l'utilisons désormais depuis maintenant quelques décennies pour produire des phénomènes.

La théorie quantique a fait son entrée désormais dans le monde technique et industriel. Nous commençons à être environnés d'objets techniques qui sont spécifiquement quantiques. Nous avons tous des objets qui ne peuvent fonctionner et qui n'ont été construits que parce que nous comprenions la théorie quantique. Un exemple parmi bien d'autres : le faisceau laser. Le petit faisceau laser qui permet de lire les CD et les DVD. Ce faisceau laser est le résultat de notre compréhension du rayonnement à l'échelle quantique. Ce phénomène a pu être compris, maîtrisé, produit dans les années 1950-1960 et a subi une évolution extraordinaire. D'une curiosité de laboratoire rare, fragile et difficile à mettre au point, il est devenu en quelques décennies un objet industriel, miniaturisé, à très bon marché et dont les applications techniques sont multiples. On a la même chose avec le transistor, par exemple, qui repose aussi sur des effets quantiques. Et toute la micro-électronique de nos jours repose sur notre connaissance de la physique quantique. La microscopie moderne repose sur ce qu'on appelle l'effet tunnel qui est aussi un effet quantique et l'on pourrait multiplier les exemples.

On va d'ailleurs assister dans les années à venir à la généralisation de ce qu'on appelle désormais les nanotechnologies. Nanotechnologie, cela veut bien dire que nous opérons désormais à l'échelle d'une nanomètre. Nous savons manipuler les atomes un par un. Et cette manipulation des atomes, donc d'objets quantiques, fait évidemment appel à la théorie quantique. On a donc une sorte de banalisation technique de la théorie quantique, qui fait que d'une curiosité théorique qu'elle était au départ, réservée à quelques initiés aux domaines les plus élitistes de la physique, elle s'est largement généralisée aujourd'hui. Mais il ne s'agit pas seulement des propriétés banales de la matière ordinaire à notre échelle, mais aussi de propriétés de la matière à grande échelle.

Il se trouve que dans le monde astronomique, à ce qu'on pourrait appeler l'échelle mégascopique, il existe des astres quantiques. C'est-à-dire des astres que l'on ne peut comprendre qu'en termes quantiques. Par exemple, ce qu'on appelle les naines blanches, qui sont des étoiles extrêmement concentrées, des étoiles en fin de vie, qui ont épuisé une bonne partie de leur carburant nucléaire, effondrées sur elles-mêmes de telle façon qu'elles ont une densité considérable. Ce sont des objets véritablement quantiques. Ce sont comme de gros atomes, pourrait-on dire, des atomes gigantesques. Et les étoiles à neutrons, qui sont des étoiles encore plus condensées, équivalentes au fait d'avoir la masse du soleil dans un objet de la taille d'une ville de quelques kilomètres, sont des objets qui ont la densité même des noyaux atomiques, et que l'on pourrait considérer à bon droit comme des sortes de noyaux atomiques géants. Nous voyons donc que le domaine de la théorie quantique s'étend sur toute la matière.

L'ensemble de la matière est régi par la théorie quantique. Il se trouve simplement qu'à notre échelle nous pouvons faire semblant de l'oublier, car il existe des descriptions approximatives, celles que nous donnent la vieille théorie classique, qui nous suffisent. Bien entendu, quand nous allons vouloir décrire la trajectoire d'une balle de tennis ou le comportement d'un train d'engrenage, bref toute la technique usuelle, nous n'allons pas nous donner le ridicule de recourir à la théorie quantique mais en fait elle est là, sous-jacente, même si elle peut être provisoirement masquée par une théorie classique qui en est une bonne approximation.

1.4. Idée quantique : un quanton, c'est quoi ?

Il est temps maintenant de rentrer un peu dans le détail de la théorie quantique et de décrire les idées avec lesquelles elle rend compte des objets. Qu'est-ce qu'un objet quantique ? Comment allons-nous le décrire ? Avec quel type d'idées ? Nous avons besoin d'une nouvelle conceptualisation. Nous disons bien d'une nouvelle conceptualisation. Nous parlons ici d'une théorie qui va proposer des notions. C'est-à-dire des idéalités, nous insistons un petit peu sur ce point là, car il ne faut pas l'oublier. Nous allons le comprendre tout simplement en faisant un retour sur la théorie classique.

Comment la théorie classique, la bonne vieille théorie de Galilée, Descartes et Newton décrit-elle le monde ? Elle commence par le décrire en abstrayant de notre expérience quotidienne un objet idéal qui est le corpuscule, ou le point matériel, comme dit Newton. Qu'est-ce que c'est qu'un point matériel ? Considérez le monde autour de vous. Regardez la trajectoire d'une planète dans le ciel, par exemple, jouez aux billes ou observez un grain de poussière virevoltant devant vos yeux. Vous vous rendez compte que vous avez là des objets, la planète, la petite bille ou le grain de poussière, qui, vus de loin, peuvent être plus ou moins considérés comme ponctuels. On peut leur assigner une position décrite par un point. Nous savons là que c'est une approximation. Si nous nous approchons plus près, notre planète a un certain diamètre, la bille et le grain de poussière également. Mais si nous sommes suffisamment loin, nous faisons abstraction de la taille de l'objet, nous faisons abstraction de la matière dont il est constitué, de toute une série de ses propriétés. Nous allons donc décrire cet objet par sa seule position. Un point dans l'espace. Nous allons nous débarrasser de presque toutes les propriétés physiques de cet objet, comme sa couleur, sa température, sa densité, et nous allons garder une seule idée, sa masse. Voilà donc l'objet idéal de la mécanique classique : un point matériel. Autrement dit un point doté de masse.

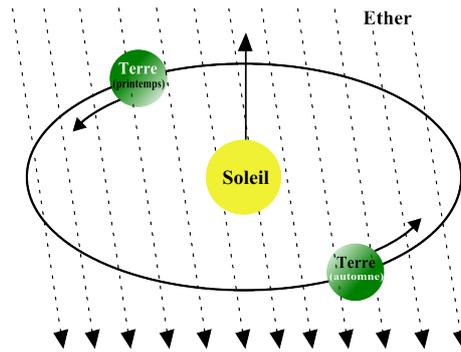
Tout de suite nous pouvons remarquer à quel point cette idée est bizarre. En effet, si cet objet est ponctuel, s'il n'a pas d'extension spatiale, comment peut-il avoir une propriété physique comme sa masse ? Nous sommes donc effectivement en présence d'un objet idéal, un objet théorique, un objet abstrait. Ce qui est remarquable, c'est que précisément cette abstraction va nous permettre de rendre compte du comportement d'objets réels. Nous avons là une bonne description abstraite. Quand nous aurons à décrire un objet plus compliqué, un objet étendu, nous ne ferons plus abstraction cette fois-ci de sa taille et nous le considérerons comme une collection de points matériels. C'est ainsi que toute la mécanique va s'élaborer au cours du XVIIème, XVIIIème et XIXème siècle. Nous avons donc là une des premières idées, un des premiers objets théoriques de la physique : le point matériel. Ce point matériel qui suit des trajectoires, qui est décrit par sa position et sa vitesse. Cet objet va suffire pratiquement aux besoins des physiciens jusqu'à à peu près la première moitié du XIXème siècle.

1.4 Idée quantique : un quanton, c'est quoi ?

Une autre idée avait déjà fait son apparition à la fin du XVIIIème, quand il s'agissait de décrire des phénomènes physiques comme la propagation du son dans l'air ou encore la propagation des vagues à la surface de l'eau. Cette idée, nouvelle, c'était l'idée d'onde. Toute une série de physiciens, de d'Alembert à Fourier, vont développer les idées nécessaires pour décrire le comportement des ondes dans un certain milieu, comme les ondes sonores dans l'air ou encore les ondes hydrauliques à la surface de l'eau. Dans un premier temps, la description d'une onde passe par la forme du milieu dans lequel elle se propage, surface de l'eau qui se déforme par exemple, va être considérée comme une description de l'état de ce milieu. Ce milieu en fait est une collection d'atomes, de points matériels, comme nous l'écrivions tout à l'heure, mais au lieu de décrire la trajectoire de chacun de ces points matériels, il devient plus commode de donner une description d'ensemble – en particulier de la forme de la surface. Par exemple l'allure de la perturbation de pression dans l'air pour décrire une onde sonore. D'où l'apparition d'une théorie des ondes qui va rendre des services considérables en rendant compte du son, de l'hydrodynamique et, petit à petit, de la lumière. Ce dernier point, l'élaboration d'une théorie des ondes lumineuses, d'une théorie ondulatoire pour la lumière, va représenter un des grands progrès de la physique du milieu du XIXème siècle. A partir de là, il va y avoir une mutation très profonde dans l'histoire de la physique, qui fut un saut peut être plus important encore que le pas qu'elle va franchir au début du XXème siècle avec la théorie quantique dont nous parlons ici.

Il y a un premier pas, moins visible, mais tout aussi fondamental, qui est le suivant. Cette description de la lumière par des ondes, dont Maxwell nous montrera que la nature est électromagnétique, pose le problème du milieu de propagation. Le son se propage dans l'air, les vagues se propagent dans l'eau, dans quoi donc se propagent les ondes électromagnétiques ? Eh bien, dans un premier temps, on leur assigne un milieu hypothétique, qu'on appelle éther. Seulement cet éther va avoir des propriétés extrêmement bizarres. Comme les ondes électromagnétiques se propagent très vite, il faut que l'éther soit très rigide pour que son ébranlement en un point le déforme très rapidement en un autre point. Mais comme les ondes électromagnétiques passent à travers toute une série de milieux, il faut aussi que l'éther soit extrêmement ténu pour pouvoir conduire les ondes électromagnétiques, par exemple, à travers le verre. Il faut que l'éther puisse pénétrer des milieux matériels comme le verre. On va s'apercevoir rapidement que les propriétés que l'on demande à l'éther sont tellement contradictoires, grande rigidité et grande ténuité, que le mieux c'est peut-être de s'en débarrasser complètement. Et effectivement, entre Maxwell et Einstein, l'éther va se dissiper, s'évaporer. De sorte que ces ondes électromagnétiques, qui constituent par exemple la lumière et plus généralement le rayonnement, vont se trouver privées de support. Elles n'ont plus rien dans quoi se propager. Et alors que se passe-t-il ? Il se passe tout simplement que la matérialité, qui était initialement celle d'un milieu, sous-jacent. Les ondes n'étaient que la transcription, la traduction, la description de l'état de ce milieu. Le milieu disparaissant, ce sont les ondes elles-mêmes qui deviennent l'objet matériel. Et voilà le pas, peut-on dire, gigantesque. C'est l'apparition d'un nouveau concept en physique, d'un nouvel « être » physique, « être » théorique, « être » idéal bien sûr, qu'est l'onde, ou le champ, comme on va dire assez rapidement.

Alors qu'est-ce qu'une onde ou qu'un champ ? C'est bien plus difficile à décrire évidemment qu'un point matériel parce que l'idéalisation est à un niveau d'abstraction plus considérable. C'est un objet qui n'est pas localisé en un point. C'est un objet étendu qui remplit potentiellement tout l'espace, qui n'a pas de forme fixe, qui n'a pas de substance particulière et qui décrit simplement la potentialité de l'espace à subir et à exercer certaines actions. On peut difficilement le dire autrement. La montée en puissance de la notion d'onde et de champ



d'après : <http://en.wikipedia.org/wiki/File:AetherWind.svg>

FIGURE 1.4.1. L'éther devrait être détectable

va rendre compte d'un problème qui était resté irrésolu jusque-là, qui était celui de l'action à distance. Car le grand problème que Newton avait laissé en suspens, avec sa théorie de gravitation, c'était comment deux corps, la Terre et la Lune par exemple, agissent-ils l'un sur l'autre à distance? Comment, et c'était la grande objection que, en particulier, l'école continentale, les cartésiens faisaient à Newton, comment voulez-vous qu'à travers le vide intersidéral la Terre agisse sur la Lune. Newton avait dit « Hypotheses non fingo », je ne fais pas semblant de faire des hypothèses quand je ne sais pas de quoi il s'agit. C'est donc la notion de champ qui va répondre à la question. Puisqu'à l'idée d'action à distance va se substituer maintenant l'idée suivante : un corps, par exemple la Terre, engendre autour d'elle un champ, de gravitation en l'occurrence, et que ce champ se propage à travers le vide. Nous avons bien dit que le champ était un objet physique, qu'il n'avait pas besoin d'un substrat, d'un support, d'un milieu. Ce champ, en tant qu'objet physique, se propage et va, quand il va arriver au niveau de la Lune, agir sur elle. Il n'y a donc plus d'action distance. Il y a de la propagation locale, qui prend du temps. Voici donc que la physique classique se clôt, culmine avec ces notions de la particule et du champ.

A la fin du XIX^{ème} siècle, on peut dire que toute la physique classique se résume dans l'existence de deux types d'objets, d'objets idéaux : premièrement la particule, objet ponctuel, localisée, dotée de masse, suivant des trajectoires sous l'effet de certaines forces et, deuxièmement, le champ engendré par ces particules, se propageant et agissant sur les particules. Cette double théorie, des particules et des champs, rend compte de la gravitation, rend compte de l'électromagnétisme à la grande satisfaction des physiciens. Nous en arrivons maintenant au début du XX^{ème} siècle et à la révolution quantique. La révolution quantique qui va justement mettre à mal ces deux idées fondamentales de la théorie classique, l'idée d'onde et l'idée de corpuscule.

Tout d'abord, en ce qui concerne la lumière, l'idée classique du XIX^e siècle qui affirme que la lumière est représentée par une onde électromagnétique, qu'elle relève donc de l'idée de champ, que la lumière, et plus généralement les ondes électromagnétiques sont des objets continus, répartis dans tout l'espace, dotés de certaines propriétés physiques, comme l'énergie, qui sont elles-mêmes des grandeurs continues. C'est cette idée que justement Planck, comme nous l'avons vu, va commencer ébranler. Quand il va, au départ, considérer les échanges d'énergie entre matière et rayonnement et nous expliquer que ces échanges se font par petits paquets discontinus, il ne met pas encore en cause la nature même de la lumière. Pour lui, au départ, c'est le mécanisme des échanges d'énergie qui spécifie ces discontinuités. Mais, petit à petit, et en particulier avec l'explication par Einstein de l'effet photoélectrique, force va être de considérer que cette discontinuité, cette discrétisation, affecte la nature

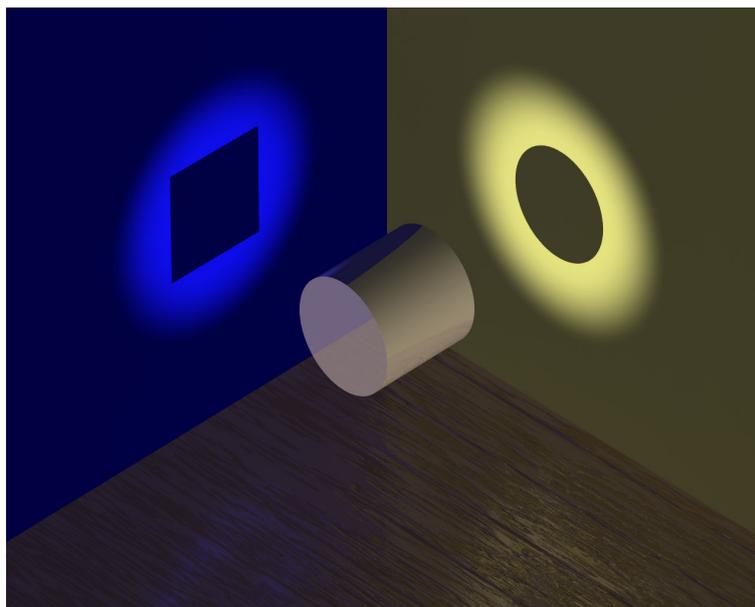
1.4 Idée quantique : un quanton, c'est quoi ?

même de la lumière. C'est non pas dans le mécanisme d'échange d'énergie, mais dans la constitution intrinsèque de la lumière, qu'il y a déjà du discontinu. Autrement dit la lumière est constituée d'éléments discrets, de petits paquets d'énergies, ce sont ces fameux photons dont nous avons parlé. Nous voyons donc que cette idée, qui a émergé au cours du XIX^{ème} siècle, selon laquelle la lumière était une onde relevant de description de type continu, voilà que cette idée est sérieusement ébranlée et que force est de reconnaître à la lumière un aspect discontinu.

Naturellement, on ne peut pas basculer complètement de l'autre côté, revenir aux théories antérieures XIX^{ème} siècle, dans lesquelles on essayait de considérer la lumière comme un ensemble de corpuscules, ce qui était déjà le cas chez Newton déjà. On ne peut pas faire l'impasse sur ce que nous ont montré les physiciens du XIX^{ème} siècle, à savoir la nécessité de donner un caractère ondulatoire à la lumière pour expliquer des phénomènes comme les phénomènes d'interférences et de diffraction, par exemple. On se retrouve donc dans une situation assez étrange en ce début de XX^{ème} siècle. La lumière, que l'on croyait essentiellement ondulatoire, prend un aspect corpusculaire également. Elle a du discontinu, elle a du discret.

Mais il y a plus encore. Les objets que l'on croyait correctement décrits par la théorie corpusculaire, par exemple les électrons, petits grains d'électricité, pour lesquels les physiciens de la fin du XIX^{ème} siècle s'étaient accoutumés à avoir une description de type mécanique usuelle : un électron c'était un petit point matériel, doté de masse et de charge électrique, suivant des trajectoires et décrit correctement par la mécanique newtonienne. Cette représentation, pourtant bien établie, va être ébranlée en ce début du XX^{ème} siècle, aux alentours des années 1920. On doit cela à la grande idée de Louis de Broglie qui va proposer que l'électron doit se voir reconnaître un caractère ondulatoire. Effectivement, à la suite de la proposition de Louis de Broglie, des expériences menées par Davidson et Germer, par exemple, vont montrer que l'on peut faire interférer et diffracter des électrons. Phénomène pour le moins étrange puisque la diffraction et l'interférence sont des caractéristiques typiquement ondulatoires. Voilà donc que ces électrons, que l'on croyait pouvoir décrire par l'idée de corpuscule, se mettent à avoir un aspect ondulatoire.

Essayons de récapituler. D'une part, des ondes, la lumière, qui prennent un aspect corpusculaire, d'autre part, des corpuscules, les électrons, qui prennent un aspect ondulatoire. Dans les premières décennies du XX^{ème} siècle les physiciens vont réaliser qu'il faut bien reconnaître ce qu'ils appellent à l'époque la dualité onde/corpuscule. Les objets quantiques, photon ou électrons, et plus tard d'autres feront leur apparition, auraient une double nature, à la fois ondulatoire et à la fois corpusculaire. Il faut bien voir que c'est là une description provisoire, maladroite et un peu désespérée, liée au fait que l'on ne rencontre à cette époque-là les objets que sous une forme qui nous est familière, la forme de corpuscule et la forme d'onde. Nous ne savons pas encore les décrire pour ce qu'ils sont. Si on veut comprendre ce dont il s'agit, une métaphore, une image peut être utile. Pensez à la découverte de l'Australie, les malheureux colons qui arrivent en Australie au début du XVII-XXVIII^{ème} siècle. Nous disons les malheureux parce qu'il s'agissait de bagnards envoyés d'Angleterre pour peupler ce territoire vierge. Ces donc bagnards arrivent et ils voient toutes sortes de végétaux et d'animaux bizarres qu'ils n'avaient jamais vus auparavant. Parmi ces animaux bizarres qu'ils découvrent dans les petits cours d'eau, il y a un drôle d'animal qui, quand on le regarde de face, a un bec de canard et des pattes palmées. Les bagnards se disent que cela a à voir avec les canards cet animal là. Puis l'animal effrayé tourne le dos et s'enfuit et on s'aperçoit qu'en fait l'animal a non pas deux, mais quatre pattes, une fourrure et une petite queue et, que vu de dos, il ressemble beaucoup plus à un castor ou une taupe. D'ailleurs les premiers



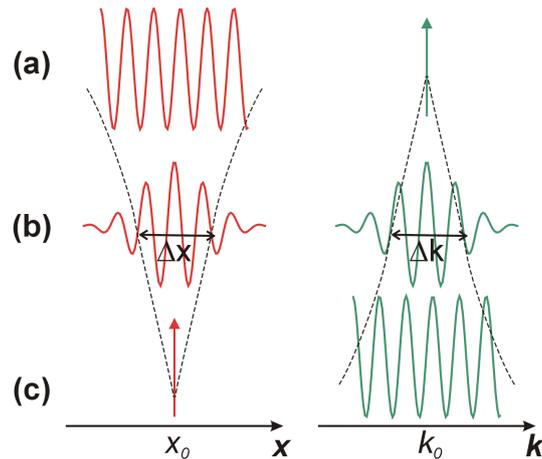
source : <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Dualite.jpg>

FIGURE 1.4.2. Métaphore du cylindre illustrant la dualité onde/corpuscule
Les projections montrent un carré et un cercle alors que l'objet est un cylindre

colons emploient pour le décrire le terme de « duckmole » canard taupe. Ils décrivent donc cet animal comme ayant une dualité, de canard et de taupe. Bien évidemment vous avez tous compris. Cet animal c'est l'ornithorynque et ce n'est ni canard ni une taupe. Cela ressemble un peu à un canard sous certaines conditions, ça ressemble un peu à une taupe sous certaines conditions, mais ce n'est ni l'un ni l'autre. Nous avons exactement la même situation ici. C'est-à-dire que les objets quantiques ne sont ni des corpuscules ni des ondes, bien que dans certaines conditions, ils peuvent ressembler un peu à des corpuscules ou un peu à des ondes.

Mais nous avons appris depuis maintenant un bon siècle à manipuler ces objets sur le plan pratique, technique, et à les décrire sur le plan théorique avec une telle précision que nous savons bien que ce ne sont ni des corpuscules ni des ondes. Exactement comme les naturalistes maintenant savent décrire les ornithorynques qui ne sont certainement ni des canards ni des taupes, mais des animaux d'un type tout à fait particulier qui ont un nom à eux. Et de fait d'ailleurs, maintenant que nous pouvons nous débarrasser de cette idée de dualité onde/corpuscule. En vérité ce qui est dualiste ce n'est pas du tout la théorie quantique. C'est la théorie classique qui est dualiste, qui a d'une part des ondes d'autre part des corpuscules. Maintenant que nous pouvons nous débarrasser de cette idée, nous devons reconnaître que la théorie quantique est absolument moniste. Elle ne connaît qu'un seul type d'objet. Tous les objets quantiques se ressemblent à cet égard même s'ils ont des propriétés particulières, des masses, des charges électriques, d'autres propriétés qui les différencient. Il y a des électrons des photons, des protons, etc. . . Il n'empêche que tous ces objets sont du même type fondamental. Comme Richard Feynman, un des plus grands physiciens théoriciens du XXème siècle, le disait : « les objets quantiques sont complètement dingues, mais au moins ils sont tous dingues de la même façon ». Il convient donc de leur donner un nom générique, collectif. Ce nom, qui semble petit à petit s'imposer, c'est tout simplement celui de « quanton », qui est forgé sur le même modèle que photon, électron, proton, neutron. La désinence « on » qui ramène d'ailleurs au verbe grec « être » comme ontologie est tout à fait appropriée. Il s'agit donc des « êtres » quantiques, des objets quantiques. Nous dirons donc les quantons. Alors qu'est-ce que c'est qu'un quanton ? Ce n'est ni une onde ni un corpuscule. Il faut le

1.4 Idée quantique : un quanton, c'est quoi ?



source : http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Onde_Corpuscule.png

FIGURE 1.4.3. Représentation en espace et en fréquence de :
(a) une onde : objet localisé en fréquence.
(b) un paquet d'onde : cas général.
(c) un corpuscule : objet localisé en espace.

décrire avec des idées qui lui sont propres, des notions autonomes. C'est l'objet de la théorie quantique, qui demande un niveau de formalisme mathématique abstrait que nous allons essayer de vous présenter dans la suite de notre cours.

Simplement on peut peut-être préciser un petit peu ces idées par rapport à la question du continu et du discontinu qui traverse l'ensemble de la théorie quantique. Revenons brièvement sur les idées classiques d'onde et de corpuscule. En vérité, quand on décrit un être physique, deux types des questions se posent : la question de la quantité et la question de la spatialité. Prenons par exemple les corpuscules. Du point de vue de la quantité, ce sont des objets que l'on peut compter. Ils relèvent du discret, numérique : 1,2,3,4, etc. . . Du point de vue spatial ils relèvent également du discontinu, du discret, puisqu'ils sont ponctuels. Un corpuscule est donc un objet qui relève du discontinu à la fois du point de vue de sa quantité et du point de vue de sa spatialité. Une onde classique par contre, du point de vue de la quantité, elle relève du continu : l'intensité d'une onde, l'amplitude d'une onde, la hauteur d'une vague par exemple ou l'intensité d'un son, se mesurent sur une échelle parfaitement continue. Un son c'est autant de décibels que nous le voulons. La hauteur d'une vague au dessus de l'eau c'est autant de centimètres que nous le voulons. Donc pour une onde, la quantité est une grandeur continue. La spatialité est continue également puisque une onde, un champ, peut remplir tout l'espace et je donne sa valeur en tous les points. Donc l'onde relève du continu en quantité et en spatialité. Le corpuscule relève du discontinu en quantité et en spatialité. Le quanton, quant à lui, est bien étrange à cet égard puisqu'il va relever du discontinu quant à sa quantité : je peux les compter, les électrons ça se compte, il y en a 1,2,3,4, . . . , les photons aussi, les protons aussi. Tous les quantons sont discrets à cet égard. Mais par contre, du point de vue de leur spatialité, les quantons sont continus parce que comme pour les ondes classiques, il faut leur attribuer une spatialité étendue. Ce ne sont pas des objets ponctuels. Alors bien évidemment, il y a là des idées qui sont difficiles à réconcilier. Il faut donc se faire à cette idée que les objets quantiques sont d'une autre nature que les objets auxquels nous sommes familiers dans notre monde, les vagues à la surface de l'eau d'un côté, les billes ou les grains de poussière de l'autre.

1.5. Le principe d'indétermination d'Heisenberg

Le caractère original des objets quantiques n'a pas été sans poser beaucoup de problèmes dans les débuts de la théorie dans les années 1920-1930 et même après. De nombreuses discussions de type philosophiques ont eu lieu sur la façon de comprendre cette situation. Il faut bien dire que les physiciens ont été d'une certaine façon pris par surprise. Ils s'étaient accoutumés pendant plusieurs décennies, voire quelques siècles, à considérer que l'idée de corpuscule d'abord, puis d'onde ensuite, évidemment pour les ondes la notion est plus récente, étaient des idées naturelles nécessaires et que tout objet physique devait être décrit par ce type de notion. Donc ce n'a pas été sans mal qu'ils ont dû renoncer à ces idées et accepter les nouvelles notions, les nouveaux concepts de la théorie quantique. La trace de ces difficultés se marque encore aujourd'hui dans toute une série de terminologie employée, probablement abusivement, au bout de tout ce temps, pour décrire la théorie quantique. Nous voudrions en mentionner juste une parce qu'on la rencontre très souvent et qu'elle fait l'objet de toutes sortes d'exégèse et, à notre avis d'abus, c'est le fameux principe d'incertitude d'Heisenberg. De quoi s'agit-il ? Eh bien simplement du fait que, considérant le comportement des quantons, au cours des années 1920-1930, les physiciens s'aperçoivent que contrairement à ce qui se passait pour un corpuscule de type classique on ne peut pas donner à un quanton simultanément une position et une vitesse bien définie. Quand on décrit un objet classique, une petite bille, une planète, on dit que cet objet est à tel endroit et qu'il va à telle vitesse. On va s'apercevoir que pour les objets quantiques cette description n'est pas possible. Ce n'est pas possible par ce que on essaye de préciser au maximum la position d'un objet quantique en l'obligeant à se matérialiser un endroit bien défini, on s'aperçoit que l'on est obligé d'agir sur lui de telle façon que son énergie, sa vitesse, va devenir mal définie. Inversement, si on essaye de bien définir sa vitesse, on n'arrivera pas à préciser sa position. Cette constatation va être érigée par Heisenberg en principe qu'il va appeler principe d'incertitude et qu'il va formuler en disant qu'on ne peut pas connaître à la fois la position et la vitesse d'un objet quantique.

Alors évidemment vous imaginez bien les commentaires philosophiques que l'on va faire là-dessus, du genre la possibilité de connaître la nature se heurte à une limite infranchissable, notre savoir et nécessairement borné, nous ne pouvons pas connaître tout ce que nous voudrions connaître sur la nature. Il y a donc une incertitude constitutive indépassable dans le monde naturel et cette idée va être exploitée par toute une série de philosophie, de théologie, voire de politique. Cette nouvelle notion va être mise véritablement à toutes les sauces. Évidemment que dans la pratique c'est comme cela que les choses se passent.

Mais comment comprendre ce qu'Heisenberg et ses successeurs vont appeler des incertitudes ? Curieusement, si l'on utilise le mot incertitude on reste prisonnier des vieilles conceptualisations. Parce que cela veut dire : nous ne savons pas où est l'électron, nous ne savons pas quelle est sa vitesse, mais nous continuons à penser qu'il a une position et qu'il a une vitesse. Or la leçon qu'il faudrait maintenant tirer après quelques décennies et que Langevin en son temps d'ailleurs avait été l'un des premiers à pressentir c'est que, comme il disait, si l'électron refuse de nous répondre précisément à la question : « où es-tu et à quelle vitesse vas-tu ? », c'est peut-être que c'est une mauvaise question. C'est probablement que cette idée de position et de vitesse sont des concepts qui ne sont pas véritablement descriptifs de l'électron en tant que tel. Il ne s'agirait donc pas d'incertitude, c'est-à-dire d'un défaut de connaissance, mais en fait d'une indétermination, ce qui n'est pas tout à fait la même idée.

En fait on est forcé de reconnaître aujourd'hui que l'électron n'a pas une position et une vitesse bien définie précisément parce que ça n'est pas un corpuscule de type classique

1.5 Le principe d'indétermination d'Heisenberg



source : http://en.wikipedia.org/wiki/File:Bundesarchiv_Bild183-R57262,_Werner_Heisenberg.jpg

FIGURE 1.5.1. Werner Heisenberg

et qu'il n'y a donc pas là des incertitudes qui traduiraient une méconnaissance de notre part. Cette idée d'incertitude résulte du fait que nous tentons d'appliquer à l'électron des concepts qui ne lui sont pas applicables. En prenant une analogie un peu grossière, c'est un peu comme si on demandait quelle est la couleur du son que nous émettons lorsque nous parlons. Évidemment la notion de couleur, sauf de façon métaphorique bien entendu, n'est pas applicable au son. De la même façon la notion de position et la notion de vitesse ne sont pas directement applicables à l'électron. Voilà qu'il nous faut donc reconnaître maintenant que les objets de la matière, en l'occurrence les quantons, ne sont pas ce que nous croyons. Qu'ils n'ont pas une nature qui soit systématiquement la même que les objets à notre échelle. Il y a donc dans notre description de la matière une hétérogénéité constitutive. Les idées qui sont adéquates pour décrire la matière à une certaine échelle ne sont pas nécessairement adéquates pour la décrire à une autre échelle. Il n'y a pas nécessairement unité théorique de la description du monde autour de nous. Nous avons donc des descriptions qui sont valables à certaines échelles, d'autres qui sont valables à d'autre échelle et bien entendu la difficulté, encore non totalement résolue aujourd'hui, c'est la capacité de recoller ensemble ces différents niveaux, d'assurer la continuité entre ces différentes échelles.

Cela nous permet d'énoncer précisément un problème qui aujourd'hui reste assez largement ouvert dans le domaine de la théorie quantique qui est le suivant : nous avons écrit avec quelque insistance que les quantons n'étaient ni des ondes, ni des corpuscules. Il n'empêche qu'à notre échelle la notion d'onde et la notion de corpuscules sont des notions utiles et fécondes. En effet nous pouvons décrire un grain de poussière comme un corpuscule et nous pouvons décrire une vague comme une onde. Mais ce grain de poussière ou cette vague ils sont faits de quoi ? D'atomes, c'est-à-dire d'électrons, de protons et de neutrons. Ils sont faits de quantons. Comment donc se fait-il qu'une collection d'un très grand nombre de quantons, qui sont des objets qui ne sont pas a priori des objets corpusculaires ou ondulatoires, peut à une certaine échelle avoir l'apparence d'une onde ou l'apparence d'un corpuscule ? Comment comprendre la validité approximative à notre échelle des concepts de la physique classique alors que nous savons qu'au niveau fondamental sous-jacent ces concepts ne sont pas valables ? Comment comprendre l'émergence de la notion de corpuscule ou de la notion d'onde à partir de la constitution d'un corps fait avec un très grand nombre de quantons ? Cette question n'est pas entièrement résolue aujourd'hui. C'est une question difficile sur laquelle continue de travailler les physiciens. Ce travail a été retardé pendant de nombreuses années par des visions un peu trop simplistes de la théorie quantique qui ont empêché les physiciens

de la prendre suffisamment au sérieux. D'ailleurs cela se matérialise en particulier sur des problèmes de terminologie.

Nous avons déjà dit ce qu'il fallait penser du terme incertitude qui est tout à fait inapproprié en l'occurrence, de la même façon on parle aujourd'hui très souvent de la non localité des objets quantiques. Ce n'est pas un terme qui est extrêmement satisfaisant parce qu'il aurait tendance à définir les objets quantiques par une négativité, quelque chose qu'ils ne possèdent pas, ils ne seraient pas localisables. Sans doute vaudrait-il mieux ici avoir le courage, comme l'ont fait d'ailleurs nos prédécesseurs au XIX^{ème} siècle, de forger des mots nouveaux.

Par exemple il serait légitime, au lieu du terme de non localité, de proposer un terme qui lui serait plus positif et que l'on pourrait emprunter au grec. On pourrait utiliser le néologisme «pantopie» de «topos», le lieu, et «pan» le tout. Tout objet quantique est doté de pantopie puisqu'il peut être d'une certaine façon partout à la fois. Il y a donc là des problèmes aujourd'hui encore ouverts, des problèmes du type philosophique et des problèmes de type terminologique sur lesquels il serait intéressant de réfléchir.

Comment se fait-il qu'un siècle après les débuts de la théorie quantique elle soit encore encombrée de termes pour le moins inadaptés et de questions philosophiques non résolues. C'est probablement dû à la façon dont la science a évolué au cours du XX^{ème} siècle, à sa spécialisation souvent outrancière, au découplage des activités de recherche et d'enseignement également, qui fait que très curieusement cette physique que l'on dit moderne est à certains égards quelque peu archaïque.

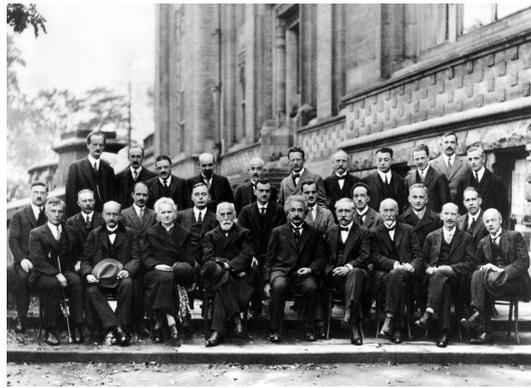
1.6. Dualité onde/corpuscule

Que mesure-t-on ?

Si le formalisme mathématique qui permet de décrire la dualité onde/corpuscule est un formalisme parfaitement cohérent, son interprétation pose de nombreuses questions et ici on ne peut pas ne pas mentionner le débat de titans qui a lieu entre Einstein et Bohr dans les années 1920-1930. On l'a dit : Einstein peut être considéré comme l'un des vrais pères fondateurs de la physique quantique, avec son explication de l'effet photoélectrique de 1905, et le fait qu'il comprend tout de suite qu'il y a un problème pour articuler le caractère ondulatoire et le caractère corpusculaire. Mais lorsque le formalisme mathématique va se développer, Einstein ne va pas être satisfait du tout, parce que ce formalisme va s'appuyer sur une description probabiliste des phénomènes, c'est-à-dire on va dire que dans telle situation, si l'on fait une mesure de telle quantité, et bien on n'est pas certain du résultat que l'on va obtenir. On peut obtenir le résultat numéro un avec une certaine probabilité et le résultat numéro deux avec la probabilité complémentaire. Einstein n'aime pas ça du tout. Il pense qu'une théorie physique fondamentale doit être plus précise que cela.

Il n'est pas satisfait non plus par l'existence de ce qu'on appelle alors les relations d'incertitude d'Heisenberg. Ce terme n'est pas très adéquat, on va plutôt les appeler relations de dispersion d'Heisenberg. Elles disent qu'il n'est pas possible de connaître avec une précision aussi grande qu'on le veut un certain nombre de propriétés physiques. Par exemple si nous voulons décrire le mouvement de l'électron et que nous insistons pour connaître avec une très grande précision sa vitesse alors, si je crois au formalisme quantique, il est impossible

1.6 Dualité onde/corpuscule



source : http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Solvay_conference_1927.jpg

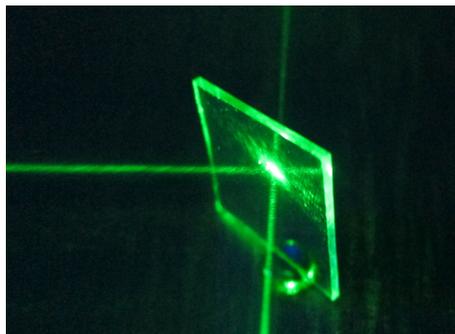
FIGURE 1.6.1. Participants au Congrès Solvay de 1927 sur la mécanique quantique. Photographie de Benjamin Couprie pour le compte de l'Institut international de physique Solvay, Parc Léopold, Bruxelles, Belgique. De l'arrière vers l'avant et de gauche à droite : Auguste Piccard, Émile Henriot, Paul Ehrenfest, Édouard Herzen, Théophile de Donder, Erwin Schrödinger, Jules-Émile Verschaffelt, Wolfgang Pauli, Werner Heisenberg, Ralph H. Fowler, Léon Brillouin, Peter Debye, Martin Knudsen, William Lawrence Bragg, Hendrik Anthony Kramers, Paul Dirac, Arthur Compton, Louis de Broglie, Max Born, Niels Bohr, Irving Langmuir, Max Planck, Marie Curie, Hendrik Antoon Lorentz, Albert Einstein, Paul Langevin, Charles Eugène Guye, Charles Thomson Rees Wilson, Owen Willans Richardson

de connaître sa position avec une grande précision. Einstein pense que tout ça révèle les limites de la théorie, qu'il doit y avoir une théorie plus profonde et il va s'ingénier à trouver des situations imaginaires, qu'on appelle des expériences de pensée pour mettre en évidence les incohérences de la théorie. Qu'est ce qu'une expérience de pensée ? Une expérience de pensée c'est une situation que l'on ne peut pas réaliser parce que les appareils à disposition au moment où cette expérience est conçue ne sont pas assez raffinés, mais que l'on pourrait réaliser en principe. En d'autres termes c'est une situation qui doit obéir à toutes les lois connues de la physique, même si en pratique on ne peut pas la réaliser au laboratoire. Einstein va donc s'ingénier à imaginer des expériences de pensée pour montrer que ces relations d'incertitude, ou de dispersion, d'Heisenberg et les limites que ces relations imposent dans la description des phénomènes quantiques sont la marque du fait que la théorie n'est pas complète. Einstein est convaincu qu'il y a une théorie plus complète qui reste à découvrir.

Vous avez peut-être entendu parler des discussions épiques entre Einstein et Bohr, en particulier au congrès Solvay de 1927, congrès au cours duquel Einstein tente d'imaginer les situations les plus étranges possibles afin de démontrer que la théorie quantique n'est pas cohérente. Et à chaque fois Bohr trouve la parade et démontre que si on prend bien en compte la totalité des données, si on analyse complètement la situation, la description quantique ne souffre en fait d'aucun défaut logique. Arrivé à ce point on peut penser que le débat est réglé, que Bohr a répondu de façon satisfaisante à Einstein. C'est relativement vrai, mais nous verrons tout à l'heure que leur débat a rebondi bien des années plus tard. Parce qu'en 1935 Einstein a découvert une nouvelle propriété de la physique quantique : l'intrication, dont nous reparlerons plus en détail dans la suite de notre ouvrage et cette fois-ci Bohr aura beaucoup plus de mal à répondre.

Mais pour l'instant nous voudrions quand même expliquer que ce malaise d'Einstein est fondé sur quelque chose de sérieux. Ce malaise est fondé sur le fait que cette dualité onde/corpuscule est tout à fait extraordinaire. Pour ça nous allons vous donner un exemple

sur l'expérience qui a été réalisée au début des années 1980 par Alain Aspect et son étudiant Philippe Frangié. Ils ont été capables à cette époque, pour la première fois, de produire des photons, c'est-à-dire des grains de lumière, un par un, de façon totalement individuelle, et ils ont envoyé ces photons sur des lames semi réfléchissantes. Qu'est-ce qu'une lame semi réfléchissante ? C'est par exemple un morceau de verre. Imaginez un rayon de soleil ou un faisceau laser tomber sur un morceau de verre, une partie est transmise, traverse le morceau de verre et une partie est réfléchi, rebondit sur le morceau de verre. Il existe des lames semi réfléchissantes à 50 % - 50 %, qui permettent de transmettre 50 % du faisceau lumineux et de réfléchir 50 % du faisceau lumineux.



source : http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Flat_metal-coated_beamsplitter.png

FIGURE 1.6.2. Lame semi réfléchissante (beam-splitter)

Jusque là tout le monde comprend, mais si on envoie un photon sur une lame semi réfléchissante et que l'on croit sérieusement que le photon est une particule, est-ce que le photon va se couper en deux ? Non, c'est une particule élémentaire et il ne va donc pas se couper en deux. Le photon va aller soit d'un côté, soit de l'autre de la lame semi réfléchissante. Alain Aspect et Philippe Grangier, grâce à des systèmes de comptage de photons sophistiqués qui avaient été développés pour d'autres expériences, ont pu démontrer qu'effectivement le photon va soit d'un côté, soit de l'autre de la lame semi réfléchissante. Point final ! Alors vous allez dire, qu'est-ce qu'il y a d'extraordinaire dans cette observation expérimentale ? C'est en somme la même chose que ce qui arrive à une boule de billard, quand elle percute un obstacle, elle doit aller à gauche ou à droite, puis on en parle plus. Alors ce qu'il y a d'étonnant apparaît lorsqu'on se souvient que la lumière n'est pas formée d'éléments qui se comportent que comme des particules, elle doit également être considérée comme une onde. Pourquoi ? Parce que comme l'ont montré Young et Fresnel et bien d'autres depuis, il existe des phénomènes d'interférence et de diffraction de la lumière, et ces phénomènes ne peuvent être interprétés qu'en admettant que la lumière est une onde. Alors si on pense maintenant à une onde qui tombe sur une lame semi réfléchissante, que se passe-t-il ? On sait que normalement l'onde se coupe en deux. Comment peut-on prouver que l'onde s'est vraiment coupée en deux ? Et bien c'est parce que si nous utilisons des miroirs pour recombinaer les deux faisceaux issus du faisceau initial, nous allons observer ce qu'on appelle des franges d'interférences, des bandes brillantes et des bandes sombres. Ces franges d'interférences ne peuvent s'interpréter qu'en admettant que l'onde s'est coupée en deux et que lorsque les deux ondes secondaires sont recombinaées et bien c'est la différence des trajets parcourus sur chacune des deux voies, sur la voie numéro un et la voie numéro deux, qui fait qu'à certains endroits les ondes arrivent et forment de interférences constructives, ce qui va donner une frange brillante, alors qu'à d'autres endroits, les deux chemins étant différents d'un multiple demi entier de la longueur d'onde, les ondes arrivent en opposition de phase et forment ce qu'on appelle une interférence

1.6 Dualité onde/corpuscule

destructive, c'est-à-dire des bandes noires. Donc si la lumière est vraiment une onde on doit observer des franges d'interférences.

Bell's inequality test: more ideal than ever

Alain Aspect

The experimental violation of Bell's inequalities confirms that a pair of entangled photons separated by hundreds of metres must be considered a single non-separable object – it is impossible to assign local physical reality to each photon.

Bell's theorem, formulated in 1964, is one of the profound scientific discoveries of the century: based on the Einstein, Podolsky and Rosen (EPR) paradox, or thought experiment, it shifted the arguments about the physical reality of quantum systems from the realm of philosophy to the domain of experimental physics. For almost three decades, experimental tests of Bell's inequality have evolved, down and down to the ideal EPR scheme. An experiment at the University of Innsbruck has, for the first time, fully enforced Bell's requirement for strict relativistic separation between measurements.

It all started when Einstein et al. pointed out that for certain quantum states (described almost simultaneously by Schrödinger, who coined the expression "quantum entanglement"), quantum mechanics predicts a strong correlation between distant measurements. Figure 1 shows a modern version of the EPR situation, where a pair of entangled photons v_1 and v_2 are travelling in opposite directions away from a source. Results of polarization measurements with both polarizers aligned are 100% correlated. That is, each photon may be found randomly either in channel + or - of the corresponding polarizer, but when photon v_1 is found positively polarized, then its twin companion v_2 is also found positively polarized. Because no signal can connect the two measurements if they travel at a velocity less than or equal to the speed of light, and because the choice of the direction of analysis can be made at the very last moment before measurement when the photons are in flight, how – argued Einstein – could one avoid the conclusion that each photon is carrying a property, determining the polarization outcome for any direction of analysis?

This seemingly logical conclusion provides a simple image to understand the correlations between distant and simultaneous measurements. But it means specifying complementary properties ("elements of reality" in the words of Einstein) beyond the quantum-mechanical description. To the question "Can a quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?" Einstein's answer was clearly negative, but this conclusion was incompatible with the Copenhagen interpretation defended by Bohr, for whom the quantum-mechanical description was the ultimate one. This debate between Einstein and Bohr lasted until the end of their lives. As it was, it could hardly be settled, because there was no apparent disagreement on the correlations predicted for an EPR polarizer experiment. The point under discussion was the worldview implied by the analysis of the situation.

Bell's theorem changed the nature of the debate. In a simple and illuminating paper, Bell proved that Einstein's point of view (local realism) leads to algebraic predictions (the so-called Bell's inequality) that are contradicted by the quantum-mechanical predictions for an EPR polarizer experiment involving several polarizer orientations. The issue was no longer a matter of taste, or epistemological position: it was a quantitative question that could be answered experimentally, at least in principle.

Prompted by the Clauser-Horne-Shimony-Holt paper¹ that framed Bell's inequalities in a way better suited to real experiments, a first series of tests², using photon pairs produced in atomic radiative cascades, was performed in the early 1970s at Berkeley, Harvard and Texas A&M. Most results agreed with quantum mechanics, but the schemes used were far from ideal: in particular, the use of single-channel polarizers only gave access to the + outcome. Progress in laser physics and modern optics led to a new generation of experiments carried out by colleagues and myself at Orsay in the early 1980s. They were based on a highly efficient source of pairs of correlated photons, produced by non-linear laser excitations of an atomic radiative cascade. An experiment involving two-channel polarizers, as in the ideal EPR polarizer experiment, gave an unambiguous violation of Bell's inequalities by tens of standard deviations, and an impressive agreement with quantum mechanics³.

A third generation of tests, begun in the late 1980s at Maryland and Rochester^{4,5}, used nonlinear splitting of ultraviolet photons to produce pairs of correlated EPR photons. With such pairs, measurements can bear either on discrete variables such as polarization or spin components, as considered by Bell, or on continuous variables of the type originally considered by Einstein, Podolsky and Rosen, and named as "local hidden variables". A remarkable feature of such photon sources is the production of two narrow beams of correlated photons that can be fed into two optical fibres, allowing for tests with great distances between the source and the measuring apparatus, as demonstrated over four kilometres in Maastricht⁶ and over ten kilometres in Geneva⁷.

The experiments at Innsbruck⁸ used this method to address a fundamental point raised by Bell. In the experiment shown in Fig. 1, where the polarizer orientations are kept fixed during a run, it is possible to rec-

Shimony-Holt paper¹ that framed Bell's inequalities in a way better suited to real experiments, a first series of tests², using photon pairs produced in atomic radiative cascades, was performed in the early 1970s at Berkeley, Harvard and Texas A&M. Most results agreed with quantum mechanics, but the schemes used were far from ideal: in particular, the use of single-channel polarizers only gave access to the + outcome. Progress in laser physics and modern optics led to a new generation of experiments carried out by colleagues and myself at Orsay in the early 1980s. They were based on a highly efficient source of pairs of correlated photons, produced by non-linear laser excitations of an atomic radiative cascade. An experiment involving two-channel polarizers, as in the ideal EPR polarizer experiment, gave an unambiguous violation of Bell's inequalities by tens of standard deviations, and an impressive agreement with quantum mechanics³.

A third generation of tests, begun in the late 1980s at Maryland and Rochester^{4,5}, used nonlinear splitting of ultraviolet photons to produce pairs of correlated EPR photons. With such pairs, measurements can bear either on discrete variables such as polarization or spin components, as considered by Bell, or on continuous variables of the type originally considered by Einstein, Podolsky and Rosen, and named as "local hidden variables". A remarkable feature of such photon sources is the production of two narrow beams of correlated photons that can be fed into two optical fibres, allowing for tests with great distances between the source and the measuring apparatus, as demonstrated over four kilometres in Maastricht⁶ and over ten kilometres in Geneva⁷.

The experiments at Innsbruck⁸ used this method to address a fundamental point raised by Bell. In the experiment shown in Fig. 1, where the polarizer orientations are kept fixed during a run, it is possible to rec-

Figure 1 | Innsbruck-Podolsky-Rosen experiment with photons. The two photons, v_1 and v_2 , are analysed by the linear polarizers I and II, which make polarization measurements along Z and Y perpendicular to the axis. Each measurement has two possible outcomes, + or -, and one can measure the probabilities of single or joint measurements at various orientations of I and II on an entangled EPR state. Violation of a Bell's inequality indicates that the strong correlation between the measurements on the two opposite sides cannot be explained by an image of a classical matching properties carried along by each photon. In the Innsbruck experiment⁸, one possibility of communication between the polarizers, at a velocity less than or equal to the speed of light, is produced by random and ultrafast switches of the orientations of the polarizers, separated by a distance of 400 m. On each side, a local computer registers the polarizer orientation and the result of each measurement, with the timing monitored by a atomic clock. Data are gathered and compared for correlation measurements after the end of a run.

NATURE | VOL 398 | 15 MARCH 1999 | www.nature.com

© 1999 Macmillan Magazines Ltd

source ASPECT, A. Bell's inequality test : more ideal than ever Nature, 1999, 398, 189-190

FIGURE 1.6.3. Article d'Alain Aspect dans le journal Nature

Alain Aspect et Philippe Grangier ont donc effectué cette expérience, avec leurs photons uniques, et ils ont vraiment observé des franges d'interférences. Alors vous allez vous demander comment peut-on observer des bandes blanches et noires avec un seul photon. Et bien oui, il y a un seul photon, mais l'expérience est répétée un grand nombre de fois et lorsqu'on fait la statistique d'arrivée des photons et bien on s'aperçoit qu'ils arrivent tous sur les zones brillantes et qu'ils n'arrivent jamais sur les zones sombres. Il semble donc que lorsqu'on est en présence d'un ensemble de photons, cet ensemble se comporte comme une onde, et l'onde se partage en deux sur la lame semi réfléchissante et se recombine. Mais par ailleurs nous avons vu une première expérience qui montrait que lorsque le photon arrive sur la lame semi réfléchissante, il va soit d'un côté, soit de l'autre, mais pas des deux côtés à la fois.

Comment peut-on concilier les deux points de vue ? C'est toute la difficulté de la dualité onde/corpuscule. A l'époque Niels Bohr avait introduit la notion de « complémentarité » qui nous permet de surmonter la difficulté. Qu'est-ce que la complémentarité ? C'est le fait qu'on réalise qu'il n'est pas possible de faire les deux expériences que nous venons de décrire simultanément. Il faut que l'on choisisse : soit l'on met deux détecteurs derrière la lame semi réfléchissante et alors on peut se rendre à l'évidence que le photon a un comportement particulière, c'est-à-dire qu'il va soit d'un côté soit de l'autre. Soit on veut recombinaison les deux faisceaux et dans ce cas là évidemment il faut que l'on enlève les deux détecteurs de la première expérience, parce que si les détecteurs de la première expérience sont toujours dans le faisceau on ne peut pas les recombinaison. Donc on enlève ces détecteurs, on recombinaison les faisceaux et à ce moment-là on observe le côté ondulatoire des photons individuels. L'idée de Bohr est que suivant que l'on veuille observer une propriété (particule) ou la propriété complémentaire (onde) il faut utiliser deux appareillages qui sont différents et qui sont incompatibles. C'est ce qu'il appelle la « complémentarité ». Bohr va aller encore un peu plus loin sur le plan épistémologique en disant que c'est l'appareil de mesure lui-même

qui détermine en quelque sorte les propriétés des objets, c'est-à-dire que les objets n'ont pas de propriétés en eux-mêmes. C'est l'appareil de mesure qui va déterminer les propriétés de l'objet et donc on voit bien comment appliquer ici le principe de complémentarité. Dans la première expérience, si on utilise un appareil capable de révéler le caractère corpusculaire du photon, et bien on va pouvoir conclure que le photon est un corpuscule. Dans la deuxième expérience, si on utilise un appareil qu'on appelle interféromètre et qui est capable de révéler un comportement ondulatoire et bien du coup cet appareil va nous révéler le fait que le photon se comporte avec des propriétés ondulatoires.

Tel que nous venons de l'énoncer, ce point de vue est manifestement trop naïf. C'est ce que nous avons appris grâce à un physicien génial, répondant au nom de John Archibald Wheeler, disparu il y a quelques années, qui a dit : « Prenons au sérieux l'idée de Bohr, que c'est effectivement l'appareil de mesure qui détermine les propriétés ». Est-ce qu'on ne pourrait pas aller jusqu'à dire que lorsque le photon arrive sur la lame semi réfléchissante il *remarque* que l'appareil qui est là est destiné à lui poser la question : « es-tu une particule ? » et dans ce cas-là il va se comporter comme une particule. Mais si on a mis en place le deuxième appareil, il *remarque* cette fois-ci qu'il s'agit d'un interféromètre et « se dit » qu'il doit se comporter comme une onde. C'est une façon imagée de traduire le fait que l'appareil détermine la propriété, et l'idée géniale que Wheeler nous propose est la suivante : « Rien ne nous oblige à choisir entre les deux appareillages alors que le photon arrive sur la lame semi réfléchissante, si l'appareil est suffisamment grand, au moment où le photon arrive sur la lame semi réfléchissante, où il doit choisir soit entre aller d'un côté ou l'autre ou soit se couper en deux pour aller des deux côtés à la fois, nous pouvons ne pas encore avoir décidé si nous allons mettre des détecteurs ou au contraire mettre un interféromètre ». C'est ce qu'on appelle l'expérience « à choix retardé » de Wheeler. Cette expérience Alain Aspect et son équipe ont pu la réaliser. Ils ont effectué cette expérience il y a quelques années avec un interféromètre très long, d'une cinquantaine de mètres, ils pouvaient ainsi avoir suffisamment de temps pour laisser passer le photon à travers la première lame semi réfléchissante, et seulement plus tard, une dizaine ou une vingtaine de milliardièmes de seconde plus tard, mais ils avaient des appareillages électroniques capables de faire cela, choisir soit de détecter le caractère ondulatoire, soit de détecter le caractère corpusculaire. L'expérience a montré qu'on n'observe soit le caractère ondulatoire soit le caractère corpusculaire et pourtant, au moment où il franchit la première lame semi réfléchissante, le photon ne sait pas quelle question va lui être posée.

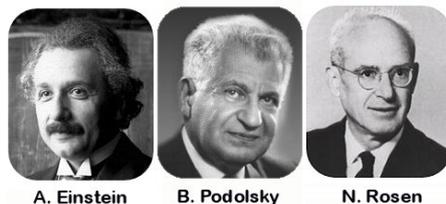
Tout cela montre que la dualité onde/corpuscule est vraiment quelque chose de très difficile à conceptualiser. Mais d'un autre côté on a un formalisme mathématique qui rend compte de façon cohérente des aspects corpusculaire et ondulatoire et donc on peut être relativement confiant dans le succès de la théorie quantique.

1.7. Bohr, Einstein, l'article EPR et l'arbitrage de Bell

Cette dualité onde/corpuscule et son formalisme mathématique constitue ce que l'on peut appeler la révolution quantique. Mais nous l'appellerons plutôt la première révolution quantique parce que dans les années 1960 d'un seul coup on s'est aperçu qu'il y avait quelque chose au-delà de la dualité onde/corpuscule. En fait, celui qui s'en est aperçu en premier était Einstein, puis Schrödinger. Dans l'année 1935 Einstein a écrit avec ses collaborateurs Podolsky et Rosen un article qui est resté célèbre, l'article d'Einstein, Podolsky, Rosen ou

1.7 Bohr, Einstein, l'article EPR et l'arbitrage de Bell

article EPR, où il explique que le formalisme de la mécanique quantique nous permet d'imaginer deux particules dans un état étrange que l'on va appeler état « intriqué ».



source : http://deskarati.com/wp-content/uploads/2012/02/einstein_podolsky_rosen.jpg

FIGURE 1.7.1. Les trois auteurs de l'article EPR EPR

C'est d'ailleurs Schrödinger, qui réfléchit au même problème au même moment, qui invente le mot, « entanglement » en anglais, « intrication » en français. Qu'y a-t'il d'étrange dans cet état intriqué ? Ce qui est étrange c'est que ces deux particules, mêmes si elles sont très éloignées l'une de l'autre, ont l'air de se comporter d'une façon extraordinairement similaire. Nous voulons dire par là que si on mesure une certaine quantité sur la première particule et que cette quantité peut donner lieu à deux résultats possibles, appelons-les (+1) et (-1). Imaginons qu'on lance une pièce de monnaie en l'air, on peut avoir pile ou face. Mais dans notre cas il s'agit d'une pièce de monnaie « quantique ». Considérons à présent la deuxième particule et faisons la même mesure. Nous pouvons obtenir (+1) ou (-1). Nous pouvons trouver pile ou face, pour prendre l'analogie avec des pièces de monnaie. Ce qu'Einstein nous montre dans l'article EPR c'est qu'on peut imaginer de mettre ces deux particules dans un état quantique qu'on appelle état intriqué dans lequel il se passe la chose suivante : du premier côté on a soit pile, soit face, de façon apparemment aléatoire. Du deuxième côté on a soit pile, soit face, de façon apparemment aléatoire aussi. Mais, si on regarde la corrélation entre les deux côtés, c'est-à-dire si on regarde les résultats pour un même tirage, on s'aperçoit que si on a pile d'un côté, on a pile de l'autre. Si au coup suivant on a encore pile d'un côté, on a encore pile de l'autre. Mais si au coup suivant on a face d'un côté, on a encore face de l'autre. Voilà donc deux particules éloignées l'une de l'autre, qui ont l'air de se comporter de manière complètement aléatoire, mais les deux comportements aléatoires sont complètement corrélés. Ce phénomène d'intrication est encore plus troublant que la dualité onde/corpuscule. Cette corrélation apparaît dans les équations de l'intrication. Ces équations qui s'expriment dans un espace mathématique qui n'est plus l'espace dans lequel nous vivons, c'est un espace abstrait appelé espace de Hilbert.

Face à ces résultats étranges, Einstein va immédiatement conclure qu'il avait raison quand il disait qu'il fallait compléter le formalisme quantique. Einstein écrit : « Écoutez, soyez raisonnables, si vous avez deux objets, qui ont interagi dans le passé, mais qui sont maintenant séparés. S'il y a corrélation parfaite entre ce que vous observez sur l'un et ce que vous observez sur l'autre, c'est tout simplement que ces deux objets portent en eux une série de propriétés qui ont été mises en commun au moment du départ et qui ensuite ont survécu à leur séparation ». Le meilleur exemple qu'on peut donner est celui des frères jumeaux homozygotes. Les frères jumeaux ont le même stock génétique, les mêmes chromosomes. Même si l'un déménage en Australie et l'autre en Amérique, ils continuent à avoir les mêmes chromosomes. Imaginons que par malchance ils ont un chromosome qui détermine une maladie génétique qui va apparaître à l'âge de 30 ans. Eh bien ils déclencheront leurs maladies génétiques à l'âge de 30 ans bien que l'un soit en Australie et l'autre en Amérique. Donc Einstein dit que pour comprendre cette corrélation très forte nous sommes obligés d'admettre que les particules possèdent en elles des propriétés supplémentaires qui ne sont pas décrites

par la physique quantique, mais qui ont comme conséquence qu'au cours de la mesure soit on va trouver pile, soit on va trouver face. Ces « variables cachées » nous obligeraient à compléter le formalisme quantique. C'est-à-dire que cela nous obligerait à admettre que le formalisme quantique n'est pas une description ultime des choses.

Bohr réplique alors que non, qu'il n'y a pas de variables cachées, que ce n'est pas possible, qu'on ne peut pas compléter le formalisme quantique. Et il donne quelques arguments qui convainquent un certain nombre de physiciens. Si on lit attentivement l'article de Bohr la réfutation est loin d'être aussi convaincante que les réfutations des attaques précédentes. Néanmoins on va en rester là. On est donc en 1935. Pourquoi en rester là ? Principalement parce qu'il y a toute une jeune génération de physiciens qui appliquent la physique quantique avec des succès faramineux. Nous vous rappelons encore une fois que la physique quantique permet d'expliquer de nombreux phénomènes comme la liaison chimique ou encore les propriétés des solides etc. Donc les discussions sur les fondements, sur l'interprétation, sur la compréhension profonde, cèdent un peu le pas devant l'émerveillement des succès formidables de cette théorie. De plus il semble bien qu'au fond la conception de Bohr devient dominante. C'est-à-dire que la plupart des physiciens importants s'initiant à la quantique ont été se former dans l'entourage de Bohr, à Copenhague. Et c'est eux qui viennent ensuite enseigner, la physique quantique à leurs étudiants et se propage l'idée que Bohr a répondu de façon satisfaisante à toutes les objections d'Einstein, et qu'il n'y a pas de temps à perdre avec ces questions sur les fondements. Il vaut mieux utiliser la physique quantique pour découvrir des tas de nouvelles propriétés merveilleuses de la nature. Dans les faits c'est ce qui se passe. On peut aisément imaginer qu'à cette époque il était enthousiasmant pour les physiciens de trouver une explication pour des phénomènes jusque-là totalement incompris, et d'inventer des choses nouvelles comme les transistors ou le laser. On en reste donc là par rapport aux objections d'Einstein sur la complétude de la théorie quantique.

Ceci jusqu'en 1964. Cette année là, un physicien théoricien, John Bell, qui travaille au CERN, à Genève, et dont le travail quotidien est d'essayer de comprendre les propriétés des particules élémentaires étudiées dans les grands accélérateurs du CERN, décide, à temps perdu, pendant le week-end, de réfléchir à ces problèmes de fondements de la mécanique quantique. En effet, il est très mal à l'aise avec les concepts. Il les utilise, bien sûr, comme tous ses collègues, mais cela ne l'empêche pas d'être très mal à l'aise avec les concepts de la physique quantique. Il a lu très attentivement l'article EPR et d'un seul coup, il va réaliser, il va comprendre quelque chose de tout à fait extraordinaire. Il va comprendre que si on prend sérieux la position d'Einstein. C'est-à-dire l'idée que chacune des particules intriquées amène avec elle un ensemble de propriétés qui vont déterminer le résultat de mesure. Ce qui nous permet de parfaitement comprendre les corrélations, comme les chromosomes jumeaux homozygotes. Alors par un raisonnement mathématique extrêmement simple, qu'un élève du collège peut comprendre, Bell montre que ces corrélations ne peuvent pas dépasser un certain niveau, qu'il y a une limite maximale fixée. Ces inégalités nous disent que, si on croit l'image, l'argument d'Einstein, alors en aucun cas les corrélations ne peuvent être plus grandes qu'une certaine limite. Elles sont donc inférieures ou égales à cette limite. C'est ce qu'on appelle aujourd'hui les « inégalités de Bell ». Or il découvre que, dans certains types de mesures, on prévoit d'après le formalisme mathématique de la physique quantique (et tout le monde croit au formalisme mathématique de la physique quantique) que les particules intriquées sur lesquelles Einstein avait résonné pour son expérience de pensée EPR vont avoir des corrélations plus fortes que ce qui est autorisé par la limite qu'on appelle limite des inégalités de Bell.

1.8 Une deuxième révolution quantique

John Bell nous révèle donc quelque chose de fondamental. Il nous dit que le choix entre la position d'Einstein et la position de Bohr n'est plus simplement une question de choix philosophiques, épistémologiques. Du fait qu'on aime une position plutôt que l'autre, mais que de toute façon tout le monde est d'accord sur la façon de faire les calculs. Bell, avec ses inégalités, nous permet désormais de voir que si on était capable de faire la mesure, alors suivant que c'est Einstein ou suivant que c'est Bohr qui a raison, on ne trouverait pas le même résultat. Donc désormais c'est l'expérience qui va pouvoir permettre de trancher entre la position d'Einstein et la position de Bohr. Évidemment c'est une découverte extraordinaire. C'est une situation nouvelle qui n'a quasiment pas de précédent dans l'histoire des idées : une découverte mathématique qui va permettre de trancher un débat philosophique par une expérience de physique.

1.8. Une deuxième révolution quantique

Les expériences d'intrication

Cet article de John Bell, qui montre pour la première fois, que suivant que l'on adopte la position d'Einstein ou la position de Bohr, on doit aboutir à des conséquences mesurables différentes passe d'abord complètement inaperçu. Pourquoi ? Parce qu'on est toujours dans ce mouvement général où tout le monde est émerveillé par les résultats de la physique quantique et l'utilise sans trop revenir sur les débats de fond entre Bohr et Einstein – qui d'ailleurs sont morts entre-temps. On peut donc penser que finalement c'est un débat d'un autre temps. Et puis c'est aussi la faute de John Bell lui-même. Il a en effet fait publier son article dans une obscure revue (référence) qui n'aura que quatre numéros, et qui va disparaître. Il n'existe donc que quelques exemplaires originaux de cette revue dans quelques bibliothèques du monde. On se passe aujourd'hui ces articles bien sûr sous forme de photocopie ou on peut les trouver, scannés, sur Internet. Mais n'oublions pas que nous sommes en 1964 et qu'à cette époque presque personne n'a accès à cet article. Il va falloir plusieurs années pour que quelques physiciens prennent conscience de l'importance de ce travail et se posent la question suivante : « Peut-on réellement faire l'expérience qui semble découler de cette proposition ? » Il faut voir que cette proposition de Bell est une proposition théorique et qu'entre la théorie et la réalisation de l'expérience il y a toujours un pas. C'est là que vont intervenir quatre physiciens : Klauser, Worn, Shimoni et Wolf qui, en 1969, dans deux groupes de recherche distincts, et plus ou moins indépendamment les uns des autres, réalisent que l'on doit pouvoir effectuer l'expérience proposée par John Bell en créant deux photons intriqués.

On en revient donc aux photons. En effet, si on excite un atome sur un certain type de niveau atomique, cet atome devrait réémettre deux photons intriqués dans un état qui ressemble assez aux états envisagés par Einstein, Podolsky et Rosen. Ensuite, si on pouvait faire des mesures de polarisation sur ces photons, on devrait être capable de mettre en évidence ces corrélations afin de savoir si ces corrélations dépassent ou non la limite de Bell. En deux mots, de quoi s'agit-il ? La lumière peut être polarisée, c'est-à-dire qu'en fait on peut s'imaginer la lumière comme une vibration, un champ électrique qui vibre perpendiculairement à la direction de propagation. Il y a donc une vibration dans un plan. Dans un plan il est toujours possible de trouver deux axes perpendiculaires l'un à l'autre. La lumière va donc vibrer soit suivant l'un des deux axes, soit suivant l'autre. Il existe des appareils qui s'appellent des polariseurs qui permettent de savoir suivant quel axe vibre la lumière, suivant quel axe vibre le champ électrique de la lumière. Si nous mettons notre

polariseur en place, nous pouvons observer que si la lumière vibre suivant la direction de mesure du polariseur, elle va sortir dans une des deux voies de sortie du polariseur, et si elle vibre dans la direction perpendiculaire, elle va sortir dans l'autre voie de sortie du polariseur. Le polariseur possède donc deux voies de sortie.

Si nous prenons un faisceau de lumière ordinaire, un faisceau de lumière qui sort d'un laser ou d'une lampe quelconque et que la polarisation n'est pas suivant l'axe du polariseur, mais par exemple, disons à 30° ou à 45° de l'axe du polariseur, que se passe-t-il? Eh bien une fraction de la lumière va sortir d'un côté et une fraction va sortir de l'autre. Si elle est polarisée suivant l'axe, elle sort d'un côté. Si elle est polarisée perpendiculaire à l'axe, elle sort de l'autre. Maintenant revenons à notre photon unique. Le photon unique n'a pas le choix. Il ne peut pas se couper en deux. Il va donc devoir sortir soit suivant l'axe droit, soit suivant l'axe perpendiculaire. On réalise une mesure qui ne peut donner que deux résultats possibles, que l'on peut appeler (+1) ou (-1). Lorsqu'on crée une paire de photons intriqués, on effectue une mesure sur le premier photon et une mesure sur le deuxième photon. Il va se passer la chose suivante : le résultat de la mesure dépend des orientations des deux polariseurs. On va donc regarder comment la corrélation évolue en fonction des orientations relatives des deux polariseurs. C'est cet ensemble de mesures qui va être soumis au test des inégalités de Bell. Soit on dépasse la limite, soit on ne la dépasse pas.

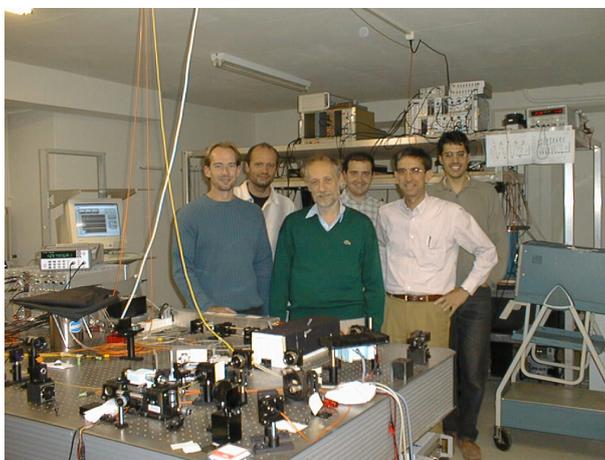
Il s'agit d'expériences très délicates et cela a nécessité des années de progrès technologiques pour pouvoir les effectuer avec succès. Les premières expériences ont lieu dans les années 1972-1973. En fait elles sont loin d'être aussi simples et aussi claires que ce que nous venons de dire. Par exemple à l'époque les polariseurs ne donnent qu'un seul des deux résultats possibles, le résultat qui correspondrait à l'axe perpendiculaire n'existe pas, le photon est absorbé dans ces cas-là. Finalement les résultats tombent et là, c'est très intéressant, deux expériences sont faites, l'une à Harvard, grande université à Boston, sur la côte est des États-Unis, l'autre à Berkeley, grande université à côté de San Francisco, sur la côte Ouest des États-Unis. A Harvard on trouve qu'il n'y a pas de violation des inégalités de Bell, c'est-à-dire que le résultat n'est pas en accord avec la physique quantique et au contraire à Berkeley on trouve que le résultat est un accord avec la physique quantique. Alors les expériences sont refaites et on arrive assez rapidement à un consensus, que l'expérience de Berkeley est plus convaincante que celle d'Harvard. Mais on est toujours avec des schémas qui sont assez loin de l'expérience idéale qu'il aurait fallu faire.

Vers la fin des années 1970, en 1974-1975, le groupe d'Alain Aspect à Paris reprend ce problème. En relisant et en analysant l'article de Bell, Alain Aspect est frappé par quelque chose. C'est que pour que le test soit vraiment convaincant il fallait que les deux extrémités de l'expérience, dans les deux mesures que l'on fait avec deux polariseurs, ne puissent pas échanger de signaux. Parce que sinon on pouvait imaginer qu'il y avait des échanges d'information, d'une interaction inconnue mais qui restait à découvrir, qui aurait pu faire que les deux extrémités, en quelque sorte, synchronisent leurs résultats. La physique quantique nous dit : il n'y a pas de chromosomes pour les jumeaux. Cette image ne marche pas. La physique quantique refuse cette idée. Mais après tout, pour comprendre que les résultats quand même sont identiques, s'il y avait un échange par une interaction inconnue entre les deux extrémités de l'expérience, alors on comprend bien que les résultats peuvent être identiques. Donc il faut empêcher les deux extrémités de l'expérience de communiquer. Mais de communiquer vis-à-vis d'une interaction dont on ne sait pas ce qu'elle peut être. Et là, il existe une arme absolue, c'est la relativité d'Einstein. Parce que la relativité d'Einstein nous dit qu'aucun signal ne peut aller plus vite que la lumière. Donc si nous arrivons à faire les mesures aux deux extrémités avec une définition du moment où nous faisons la mesure

1.8 Une deuxième révolution quantique

suffisamment précis, plus précis que le temps qu'il faudrait à la lumière pour aller d'un bout à l'autre, alors nous sommes certains qu'aucun signal ne pourra aller d'un côté à l'autre et ne pourra expliquer cette corrélation.

L'expérience a été réalisée au début des années 1980 à l'institut d'optique avec l'aide de deux jeunes étudiants qui sont devenus depuis de très grands physiciens, d'une part Philippe Grangier et d'autre part Jean Dalibard. Dans cette expérience Alain Aspect et son équipe ont pu faire ces mesures de polarisation avec une précision en temps de l'ordre de quelques milliardièmes de seconde. Or, les mesures étaient faites à plus d'une dizaine de mètres et pour parcourir dix mètres la lumière va mettre 30 à 40 milliardièmes de seconde. Il n'y a donc aucun doute que les deux côtés de l'expérience ne pouvaient pas communiquer entre eux. Et pourtant ils ont observé la violation des inégalités de Bell. Ce qui veut dire qu'ils ont d'une part observé la corrélation, et d'autre part que cette corrélation ne peut pas se comprendre en admettant que les particules portent en elles des propriétés qui vont déterminer ces mêmes corrélations.



source : http://www.quantumphil.org/photo_gap.htm

FIGURE 1.8.1. L'équipe de Nicolas Gisin. De gauche à droite : Wolfgang Tittel, Hugo Zbinden, Nicolas Gisin, Valerio Scarani, Antoine Suarez and André Stefanov.

Ce résultat extraordinaire est considéré par de nombreux physiciens encore plus stupéfiant que la dualité onde/corpuscule. Parce que la dualité onde/corpuscule, elle, se passe dans notre espace réel. En effet on est en présence de deux particules qui sont séparées. Dans l'expérience d'Alain Aspect elles sont séparées de 10 mètres. Mais ensuite, une dizaine d'années plus tard, les groupes de Nicolas Gisin à Genève et d'Anton Zeilinger à Vienne ont fait des expériences où les deux photons sont envoyés dans des fibres optiques et des mesures ont été effectuées à 10 kilomètres, 20 kilomètres, et quelques soit la distance entre ces particules, elles se comportent comme un tout indivisible, inséparable. Tellement inséparable que ce lien entre elles semble défier la relativité. C'est ce qu'on appelle la *non localité* quantique. Le fait que bien qu'elles soient éloignées, elles continuent à avoir des propriétés qui ne sont pas locales mais qui sont globales. Il s'agit d'un phénomène stupéfiant.

Cette propriété d'intrication, les physiciens l'avaient remarquée. Par exemple, quand on cherche à décrire l'atome d'hélium, on comprend bien que les deux électrons de l'atome d'hélium qui tournent autour du noyau sont dans un état intriqué, un de ces états quantiques bizarres. Seulement on se dit que c'est à l'échelle microscopique, après tout il se passe des tas de choses bizarres à l'échelle microscopique. On est à des distances de l'ordre de quelques nanomètres, donc pourquoi pas. Mais là ces propriétés bizarres survivent à des distances de

10 mètres dans l'expérience d'Alain Aspect, puis de centaines de mètres voire de dizaines de kilomètres dans les expériences de Nicolas Gisin et Anton Zeilinger. C'est très bizarre. Alors il s'est passé quelque chose d'assez extraordinaire c'est que des gens se sont dits : « Eh bien, puisque c'est bizarre, puisque c'est si révolutionnaire, est-ce qu'on ne peut pas en faire quelque chose d'utile ? ». Et cela a été le développement de ce qu'on appelle aujourd'hui l'information quantique qui est un sujet en pleine activité.

Objets quantiques individuels

Il faut maintenant que nous décrivions ce que nous croyons être le deuxième ingrédient, tout aussi important de la seconde révolution quantique. C'est le fait qu'à partir des années 1960, les physiciens ont commencé à imaginer et à mettre en œuvre des expériences complexes permettant d'observer des objets microscopiques individuels. En fait non seulement de les observer, mais aussi de les contrôler, les isoler, les manipuler individuellement.

Jusque-là, on prenait des informations sur les objets microscopiques qu'au travers de mesures d'ensemble. Par exemple nous avons une cellule dans laquelle il y a des atomes, nous les éclairons avec de la lumière, nous regardons la lumière réémise et en analysant cette lumière réémise, nous en déduisons des propriétés sur les atomes qui sont dans cette cellule. Mais dans cette cellule nous avons des milliards et des milliards d'atomes. Ce sont des propriétés globales que nous avons, ou plutôt les propriétés statistiques sur de très grands ensembles. Lorsqu'on fait des expériences de ce type après tout on n'est pas trop dérangés par le fait que la physique quantique fasse des prédictions statistiques, des prédictions probabilistes. On se dit qu'après tout, puisque les objets microscopiques, on ne peut les observer que de façon statistique au travers de grands ensembles. C'est peut-être normal que la théorie qui les décrit naturellement soit une théorie statistique.

Il faut voir que de très grands physiciens, comme Schrödinger, ont écrit des phrases qui montrent qu'ils pensaient que probablement on n'arriverait jamais à observer un électron tout seul ou un atome tout seul. Il y a une phrase amusante Schrödinger qui dit que si on lui dit que dans le laboratoire d'à côté quelqu'un est en train d'observer un électron isolé, cela lui fait à peu près le même effet que si son collègue zoologiste lui dit que dans le zoo d'à côté il y a un dinosaure vivant. Pour lui cela semble incroyable. Or à partir des années 1960, les progrès de la physique expérimentale, liés aux progrès technologiques, essentiellement d'électronique, mais pas seulement, ces progrès vont permettre progressivement d'observer des objets quantiques individuels. Alors on peut citer Hans Dehmelt qui, vers la fin des années 1960, arrive à piéger un seul électron et à faire des mesures sur cet électron unique. C'est tout à fait stupéfiant.

Puis vers la fin des années 1970 on va arriver à piéger un ion en combinant des champs électriques et magnétiques, et à les avoir dans une petite zone d'espace. Mais avec un ion c'est encore plus extraordinaire qu'avec un électron parce qu'on va pouvoir l'observer directement, visuellement. Si vous avez un ion unique piégé et vous envoyez un faisceau laser dessus, le nombre de photons de fluorescence réémis est tellement grand, vous en avez 10 millions, 100 millions par seconde, que vous pouvez le voir pratiquement à l'œil nu. On peut donc désormais faire des « photos » d'un ion unique. Jusque-là on ne parlait que de très grands ensembles, de vapeur atomique, et d'un seul coup voilà un ion unique.

Depuis on a appris à observer les photons uniques. Donc on apprend à observer, à isoler et à contrôler des objets quantiques uniques. Et c'est là où on rejoint la question de l'intrication. Car l'intrication se produit entre deux particules intriquées. Mais c'est vraiment entre ces

1.9 Conclusion de l'historique

deux-là. Si nous avons un très grand nombre de particules mélangées, lorsque nous allons en mesurer une nous n'avons aucune chance de tomber sur sa « compagne ». Et donc ces progrès marchent de pair, si nous osons dire. C'est-à-dire que les expériences qui se font dans les années 1970 sur les paires de photons intriqués sont liées au fait que l'on sait produire des paires de photons intriqués bien séparés les unes des autres. On a une première paire, on fait la mesure. On a une deuxième paire, on fait la mesure. On a une troisième paire, on fait la mesure et ainsi de suite.

Donc l'ensemble de ces deux ingrédients, à savoir la compréhension du fait que l'intrication va bien au-delà de la dualité/onde particule, et par ailleurs le fait que l'on peut manipuler des objets quantiques individuels, tout ça va donner lieu à une réflexion profonde qui va conduire aux développements qui sont ceux de l'information quantique.

1.9. Conclusion de l'historique

Peut-être convient-il de conclure par une évaluation générale, globale, du statut de la théorie quantique aujourd'hui. Disons tout d'abord qu'elle reste absolument valable, que nous n'en connaissons pas les limites. Elle en a très certainement, comme toute théorie physique. Un jour viendra où nous rencontrerons des phénomènes dont elle ne pourra pas rendre compte, loin que ceci rende triste les physiciens d'ailleurs, cela les remplira de joie parce qu'ils auront enfin de nouveau du travail à faire sur le champ proprement théorique. Toujours est-il que nous ne connaissons pas de tels phénomènes à l'heure actuelle et que la théorie quantique sous-tend, nous l'avons déjà dit, l'ensemble des phénomènes que nous observons autour de nous dans le monde, de l'atome à l'étoile à neutrons. Il y a donc une universalité de principe de la théorie quantique qui fait que toute autre théorie, en dernière analyse, peut s'y ramener. Nous disons bien en dernière analyse, car il est bien évident que la mécanique classique, ou la thermodynamique classique elles aussi, gardent leur validité pour décrire des phénomènes à notre échelle et qu'il serait absurde bien entendu de leur substituer une théorie qui n'a d'intérêt propre que dans certains champs.

Nous avons donc absence de contradiction théorique et absence de conflit avec l'expérience. Est-ce à dire que tout va pour le mieux dans le meilleur des mondes quantiques ? Non, pour deux raisons. D'une part il existe des difficultés théoriques non résolues, en particulier au niveau de la physique des particules fondamentales, puisque dans ce domaine-là il convient de mettre en jeu d'une part les idées fondamentales de la théorie quantique et d'autre part les idées de la théorie de la relativité einsteinienne. Là on tombe sur des difficultés techniques considérables parce que la fameuse inter conversion de la masse et de l'énergie prédite par Einstein a pour résultat que dans des collisions entre particules quantiques, des collisions entre quantons, il y a des créations de matière possibles, d'autres quantons peuvent apparaître et donc on a à faire à un système extrêmement compliqué où ni le nombre, ni la nature des quantons, ne restent fixés.

Ce n'est pas du tout comme lorsque l'on décrit un atome où, par exemple, si nous prenons un atome d'hélium, nous avons un objet qui a un noyau et deux électrons. Eh bien il aura toujours un noyau et deux électrons qui traverse toutes ces tribulations. Là non, comme nous sommes dans une physique des hautes énergies, avec par exemple des collisions entre protons ayant des énergies considérables, on peut voir surgir à la suite de ces collisions des dizaines de nouveaux quantons, dont la description pose des problèmes considérables. Problèmes qui ne sont aujourd'hui pas véritablement résolus. Il y a donc dans la théorie quantique dite

relativiste, einsteinienne, qu'on appelle aussi la théorie quantique des champs, des problèmes non résolus.

Un autre domaine où les difficultés techniques ne sont toujours pas résolues, c'est le domaine de la théorie quantique de la gravitation. C'est un domaine qui est très ésotérique parce la gravitation est une force extrêmement faible qui ne se manifeste pratiquement pas à l'échelle atomique. Nous connaissons donc très peu de situations où rentrent en jeu à la fois les forces de gravitation et les exigences de la théorie quantique. Ces phénomènes sont des phénomènes de type cosmologique, qui ont pu se dérouler dans les phases initiales de l'expansion de l'univers, ou des phénomènes que l'on peut voir se dérouler dans les étoiles à neutrons ou dans les trous noirs – c'est-à-dire dans des situations de très grande densité. Là encore il y a des difficultés techniques non résolues, mais qui semblent être de nature essentiellement technique et ne pas poser de problèmes conceptuels fondamentaux à la théorie quantique.

Reste enfin un dernier problème qui est celui sur lequel nous souhaiterions conclure et qui sous-tend finalement bien l'ensemble de la présentation que nous avons tenté de rédiger et peut s'exprimer ainsi : « Peut-on véritablement partager les idées de la théorie ? » La réponse est : d'une certaine façon oui. Nous l'espérons. Sinon nous ne nous serions pas livrés à cet exercice. Mais il reste un problème c'est que ce que nous pouvons partager ici avec vous, ce sont des idées, des mots et des formules. Mais est-ce que cela suffit pour partager une vision du monde ? Rien n'est moins sûr.



source : <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/1d/AlainAspectFotoThaler.JPG>

FIGURE 1.9.1. Alain Aspect

Nous allons prendre pour exemple des idées de la physique classique, des bonnes vieilles idées de la physique classique. Lorsque Galilée crée la mécanique, au début du XVII^{ème} siècle, l'une de ses plus grandes difficultés théoriques est la notion de vitesse. Il étudie la chute des corps et veut décrire cette fameuse loi de la chute des corps. Pour cela il a besoin de penser ce que représente le changement de vitesse à travers le temps. C'est une idée très bizarre, parce que nous savons ce qu'est une vitesse moyenne, nous savons lorsque nous marchons nous parcourons, disons, 2,5 kilomètres en une demi-heure ou 5 kilomètres en une heure. La notion de vitesse se traduit par l'idée de l'espace parcouru rapporté au temps mis à le parcourir. Mais Galilée a besoin de pouvoir caractériser la vitesse d'un objet à un instant donné. On tombe là sur de vieilles apories déjà examinées par les Grecs. Si nous considérons un instant donné, le corps n'a pas le temps de bouger, c'est la flèche de Zénon. Comment pouvons-nous lui attribuer une vitesse si nous ne lui laissons pas le temps de se déplacer. Il s'agit d'une difficulté conceptuelle considérable qui ne sera véritablement résolue que quelques décennies plus tard par l'apparition du calcul différentiel et en particulier la notion de dérivée.

1.9 Conclusion de l'historique

La dérivée reste aujourd'hui une notion mathématique, elle est étudiée à la fin des études secondaires, mais reste une notion assez sophistiquée. Or il n'est pas besoin d'utiliser cette notion mathématique de nos jours pour comprendre la notion de vitesse instantanée. Pourquoi ? Eh bien parce que nous avons tous l'expérience de la conduite automobile. Nous voyons tous dans nos automobiles un compteur de vitesse avec une aiguille qui bouge à chaque instant et qui nous donne la notion de vitesse instantanée. Autrement dit, comme Bachelard l'exprimait déjà très bien, les idées de la théorie finissent par s'incarner dans des objets techniques. A partir de là, la familiarité avec les objets techniques permet de s'appropriier l'idée. Même si on n'en a pas le développement conceptuel le plus complet. Donc effectivement le développement d'une technologie très complexe dans nos sociétés nous a permis de nous familiariser avec des idées scientifiques qui paraissaient extrêmement difficiles dans le passé.

Nous pouvons prendre un autre exemple : l'idée que la terre est une boule qui peut se déplacer librement dans l'espace et qu'elle ne repose pas sur le dos d'une tortue qui elle-même serait debout sur un éléphant qui etc. etc. Donc l'idée d'un objet, la Terre, « libre » dans l'espace. Cette idée, extrêmement difficile à accepter durant toute l'Antiquité et même durant le Moyen Âge, est devenue aujourd'hui tout à fait familière depuis que nous avons des photographies de la Terre prises depuis l'espace. Nous voyons bien qu'elle « flotte » ainsi dans l'espace. On peut donc se demander si la théorie quantique peut dans un avenir proche devenir plus familière à travers une familiarisation par l'intermédiaire d'objets techniques. Nous n'en sommes pas sûrs. Et cela pose effectivement un problème. Nous avons écrit tout à l'heure que nous vivions désormais avec des objets, des appareils de nature quantique. C'est en effet le cas, sauf que nous ne les voyons pas, et que la nature de ces objets techniques modernes est d'être des boîtes noires dans le détail desquelles nous n'entrons pas. Les objets de la mécanique, moteurs de voiture par exemple, sont des objets que nous pouvons voir. Même si nous le faisons plus guère, nous pouvons ouvrir le capot, nous pouvons les bricoler, nous pouvons les tripoter pour voir comment tout cela fonctionne. Personne ne démonte son lecteur de CD pour aller voir le faisceau laser qui est dedans et quand bien même il le ferait, on ne pourrait pas démonter l'émetteur laser lui-même. Il y donc dans les technologies modernes, d'une part pour des raisons liées à leur miniaturisation, d'autre part pour des raisons plus économiques, liées au fait que ces objets sont des boîtes noires qui ne se réparent pas, qui se jettent, une difficulté d'approche pratique dont on peut se demander si elle n'entraîne pas une distance désormais infranchissable entre le monde théorique qui les sous-tend et la pratique quotidienne de tout un chacun.

C'est une interrogation à laquelle nous n'avons pas de réponse et que nous laisserons ouverte.

Chapitre 2

Systemes à deux niveaux

2.1. Introduction

Les systèmes à deux niveaux sont les systèmes quantiques les plus simples que l'on puisse étudier. Ils permettent cependant d'aborder de nombreuses propriétés étranges de la théorie quantique telles que *l'interférence à une particule* ou *l'intrication*. Les mathématiques qui sous-tendent l'étude de ces systèmes font appel à des connaissances de bases en algèbre linéaire ainsi que la maîtrise des opérations d'addition et de multiplication des nombres complexes. Pour en étudier la dynamique – ce que nous ne ferons pas dans ce cours – il faut pouvoir résoudre des équations différentielles du premier ordre.

Bien que nous ayons choisi de traiter la polarisation, il existe d'autres systèmes à deux niveaux. L'un d'eux mérite qu'on le cite puisqu'il est à la base des expériences fondatrices de la physique quantique : c'est le *spin 1/2*. C'est en 1922 que Otto Stern et Walther Gerlach ont mené leur célèbre expérience sur la déflexion d'atomes d'argent. Cette expérience, qui fut la première à mettre en évidence la quantification du spin, reste aujourd'hui une référence des cours universitaires traitant du sujet.



source : http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/ac/Reflection_Polarizer2.jpg

FIGURE 2.1.1. Utilisation d'un filtre polarisant en photographie

La description de la polarisation de la lumière nous a semblé moins abstraite à aborder que la notion de spin. C'est pourquoi nous l'avons choisie comme phénomène de base tout au long de ce cours. De plus, de nombreux développements technologiques dont on parle beaucoup aujourd'hui (cryptographie quantique, téléportation quantique) sont fondés sur cette propriété. Ce choix n'empêchera pas l'étudiant curieux de s'intéresser à d'autres systèmes, en particulier au *spin 1/2* dont la description mathématique est pratiquement identique à celle développée au cours de ce chapitre.

2.2. La polarisation d'un photon

La polarisation est une propriété de la lumière connue de toutes et de tous. Il suffit de constater en été, au bord de la mer, ou en hiver, sur les pistes de ski, que nombre de personnes portent des lunettes de soleil équipées de verres polarisants. Ils ont bien compris que la lumière réfléchie par l'eau ou la neige était polarisée dans le plan vertical et qu'un verre polarisé dans le plan horizontal pouvait éliminer presque totalement cette composante aveuglante.

Les films en 3D utilisent une technique qui permet à chaque œil de voir une image différente. On filme à l'aide d'une caméra qui possède deux objectifs séparés l'un de l'autre par la distance qui sépare généralement deux yeux. Ceci nous donne deux films : l'un pour l'œil droit et l'autre pour l'œil gauche. Pour restituer le film, on utilise deux projecteurs possédant des filtres polarisés perpendiculairement l'un de l'autre. Il suffit alors de porter des lunettes dont les verres sont polarisés de manière adéquate pour que chaque œil ne reçoive que l'image du projecteur qui lui est destiné.

On utilise aussi des filtres polarisants en photographie (voir figure 2.1.1), principalement pour améliorer le rendu en supprimant les réflexions. Il est alors possible de photographier un objet à l'intérieur d'une vitrine ou au fond d'une rivière sans être gêné par les reflets.

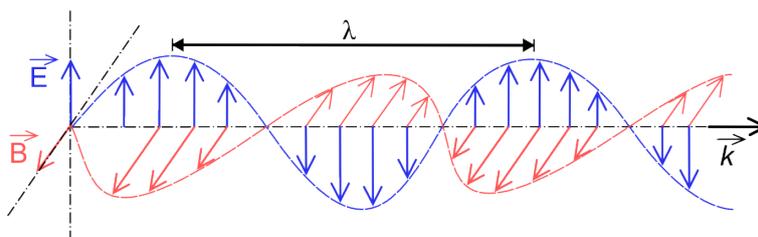


image inspirée de http://en.wikipedia.org/wiki/File:Onde_electromagnetique.svg

FIGURE 2.2.1. Illustration d'un champ électromagnétique de polarisation linéaire

La lumière est composée d'un champ électrique et d'un champ magnétique oscillant dans des plans perpendiculaires (voir figure 2.2.1). Le plan dans lequel vibre le champ électrique est appelé *plan de polarisation*. Étudier la polarisation de la lumière revient donc à n'étudier que l'intensité et la direction du champ électrique (le sens n'a pas d'intérêt puisqu'on parle de polarisation verticale dans le cas de la figure 2.2.1).

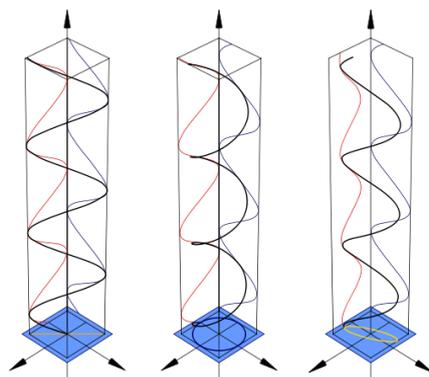
Dans la figure 2.2.1, le champ électrique \vec{E} se déplace selon l'axe z et oscille selon l'axe x . De manière plus générale, un champ électrique \vec{E} se déplaçant selon l'axe z oscille dans le plan xy :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot \cos(kz - \omega t) = \begin{pmatrix} E_{0x} \cdot \cos(kz - \omega t) \\ E_{0y} \cdot \cos(kz - \omega t + \phi) \\ 0 \end{pmatrix}$$

En fonction des amplitudes (E_{0x} et E_{0y}) et de la phase (ϕ), la polarisation peut être :

- linéaire si $\phi = 0$ (figure 2.2.2 [a]),
- circulaire si $E_{0x} = E_{0y}$ et $\phi = \pm \frac{\pi}{2}$ (figure 2.2.2 [b]),
- elliptique si $E_{0x} \neq E_{0y}$ et $\phi \neq \pm \frac{\pi}{2}$ ou $\phi \neq 0$ (figure 2.2.2 [c]).

2.2 La polarisation d'un photon



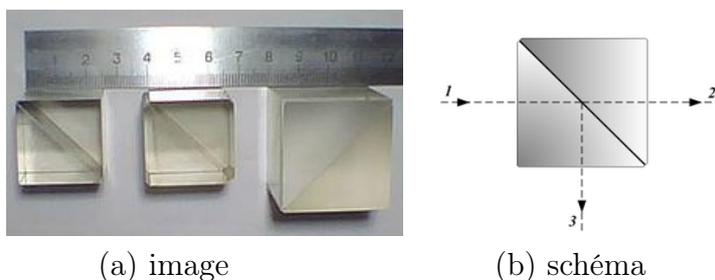
(a) linéaire (b) circulaire (c) elliptique

La courbe noire représente le champ \vec{E} se déplaçant le long de l'axe z , la courbe rouge sa projection sur le plan xz et la courbe bleue sa projection sur le plan yz , le plan bleu est le plan xy

source : (a) [http://en.wikipedia.org/wiki/File:Polarisation_\(Linear\).svg](http://en.wikipedia.org/wiki/File:Polarisation_(Linear).svg) - (b) [http://en.wikipedia.org/wiki/File:Polarisation_\(Circular\).svg](http://en.wikipedia.org/wiki/File:Polarisation_(Circular).svg) - (c) [http://en.wikipedia.org/wiki/File:Polarisation_\(Elliptical\).svg](http://en.wikipedia.org/wiki/File:Polarisation_(Elliptical).svg)

FIGURE 2.2.2. Différent types de polarisation

Nous ne nous intéresserons dans ce cours qu'à la lumière polarisée linéairement (cas (a) de la figure 2.2.2). Certains appareils appelés *polariseurs* permettent de sélectionner une composante de la polarisation (horizontale E_x ou verticale E_y) soit en absorbant l'autre composante (polariseurs par absorption), soit en séparant les deux composantes (polariseurs par séparation ou *polarizing beam splitter* plus couramment appelés miroirs semi-transparents – voir la figure 2.2.3) .



(a) image

(b) schéma

source : (a) <http://en.wikipedia.org/wiki/File:Bamsplitter-2.jpg> - (b) <http://en.wikipedia.org/wiki/File:Beamsplitter-1.png>

FIGURE 2.2.3. Image et schéma d'un polariseur par séparation (beam splitter)

Pour comprendre l'effet d'un miroir semi-transparent, pensez aux vitres de la pièce où vous vous trouvez actuellement : ce sont des séparateurs naturels qui réfléchissent en partie votre image (le reflet) et transmettent en partie votre image (on peut vous voir depuis l'extérieur).

2.2.1. Faits expérimentaux

Nous allons ici observer le comportement mystérieux de la polarisation. Tant que l'on s'intéresse à la polarisation d'un rayon lumineux, tout est simple : le matériel nécessaire à cette expérimentation est des plus classique : un laser, trois polariseurs, un écran ou

détecteur. Malheureusement, dès que l'on s'intéresse à la polarisation d'un photon unique le matériel devient hors de prix. Ce qui coute cher (et est compliqué à mettre en œuvre), c'est l'appareil permettant de produire de manière contrôlée un photon unique à volonté !

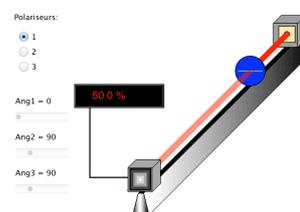
Dans ce cours, la plupart des laboratoires se baseront donc sur une simulation de la réalité sous la forme d'un programme informatique. Même si il s'agit d'expérience virtuelles, l'étudiant aura soin de noter ses observations et résultats dans un cahier de laboratoire.

Il est maintenant temps d'acquérir quelques compétences dans le domaine de la polarisation en effectuant quelques expériences. Rendez vous pour cela dans la "salle de laboratoire" située à la page 115.

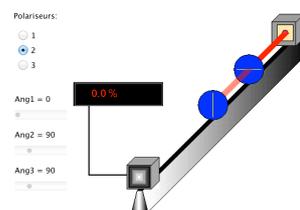
2.2.2. Constats

N'abordez pas ce paragraphe sans avoir au préalable essayé par vous même de jouer avec le banc optique virtuel du chapitre 8.1 !

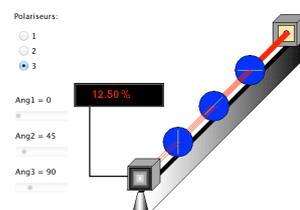
La première partie de l'expérience montre que le polariseur ne laisse passer que 50% de l'intensité du faisceau initial, quelle que soit son orientation.



En plaçant un second filtre polarisant, on remarque que l'intensité détectée dépend que de la différence de l'angle entre les deux détecteurs. On note que, lorsque cette différence est de 90° , l'intensité transmise est nulle, lorsque la différence est de 45° ou 135° , l'intensité transmise est de 25%. Dans ce dernier cas, le premier polariseur ne transmet que la moitié de l'intensité et le second polariseur ne transmet que la moitié de l'intensité qu'il reçoit (les 50% des 50%!).



En plaçant un troisième filtre polarisant, on subit un choc ! Il est possible, en intercalant un polariseur à 45° entre un polariseur horizontal (0°) et un polariseur vertical (90°) de transformer de la lumière polarisée horizontalement en de la lumière polarisée verticalement !



2.2.3. Interprétation

Cette première expérience nous apprend que, quelle que soit l'orientation du polariseur, seule la moitié de l'intensité lumineuse est transmise. En considérant que la lumière arrivant sur ce polariseur n'a pas de polarisation particulière (ou plutôt que chaque grain de lumière possède une polarisation aléatoire), il y a une chance sur deux pour qu'elle soit transmise : les photons polarisés horizontalement ($\alpha = 0^\circ$) passeront tous, ceux polarisés verticalement ($\alpha = 90^\circ$) ne passeront pas et ceux faisant un angle α quelconque passeront ou non en fonction d'une probabilité qui dépend de cet angle. Grosso modo, seule la moitié d'entre eux passera le filtre polarisant.

2.2 La polarisation d'un photon

La deuxième expérience nous apprend que seule la différence d'angle entre les deux polariseurs compte. Si le premier polariseur est orienté selon α et le second selon β , la probabilité de transmission ne dépendra que de la différence $\beta - \alpha$! Elle nous montre aussi que, lorsque $\beta - \alpha = 90^\circ$, alors aucun photon n'est transmis. Enfin, en reprenant nos tableaux de valeur, il est possible de déterminer la forme mathématique de l'intensité : $I_1 = I_0 \cdot f^2(\beta - \alpha)$. Entrez vos résultats dans un tableau et ajoutez une colonne qui vous permettra de trouver quelle fonction trigonométrique connue peut remplacer la fonction f .

Le résultat de la troisième expérience est étonnant : en intercalant entre deux polariseurs orthogonaux ($\gamma - \alpha = 90^\circ$) un polariseur orienté à $\beta = 45^\circ$ du premier, de la lumière est transmise ! Tout se passe comme si le fait de passer par le polariseur intermédiaire rendait les photons *amnésiques* : ils ne se souviennent plus qu'il étaient polarisés horizontalement !

Il est donc impossible dans ce cas d'invertir l'ordre des polariseurs sans changer l'intensité transmise !

2.2.4. Formalisme mathématique

2.2.4.1. Description classique

Commençons tout d'abord par une description classique de la polarisation d'une onde se déplaçant le long de l'axe z .

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot \cos(kz - \omega t)$$

Lorsque la lumière rencontre un filtre, seule la partie parallèle à la direction du filtre peut passer :

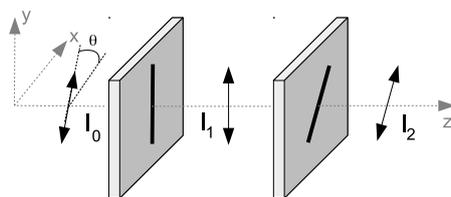


FIGURE 2.2.4. Principe du filtre polarisant

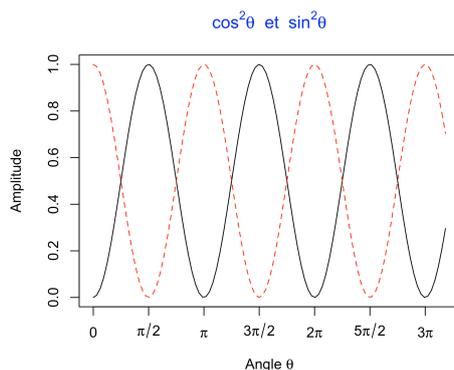
Imaginons que l'onde plane décrite par $\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot \cos(kz - \omega t)$ rencontre un polariseur vertical faisant un angle θ avec la direction de sa polarisation (voir figure 2.2.4). Ici, seule la composante verticale sera transmise :

$$\|\vec{E}_{vertical}\| = \|\vec{E}_0\| \cdot \sin(\theta)$$

L'intensité I est proportionnelle à $|\vec{E}|^2$, on écrit donc :

$$I_{vertical} \propto \|\vec{E}_{vertical}\|^2 = \|\vec{E}_0\|^2 \cdot \sin^2(\theta)$$

On voit donc que l'intensité transmise dépend ici du carré du sinus de l'angle séparant la direction de polarisation de la lumière de celle du filtre. La figure 2.2.5 montre que lorsque


 FIGURE 2.2.5. Graphique de $\cos^2(\theta)$ (en rouge) et $\sin^2(\theta)$ (en noir)

$\theta = \frac{\pi}{2}$ (90°) ou $\theta = \frac{3\pi}{2}$ (135°) l'intensité transmise est maximale alors qu'elle est nulle pour $\theta = 0$ ou $\theta = \pi$ (180°).

On peut faire le même calcul pour l'intensité absorbée (ou réfléchi) par le filtre horizontal, qui provient de la composante horizontale du champ électrique :

$$\left\| \vec{E}_{horizontal} \right\| = \left\| \vec{E}_0 \right\| \cdot \cos(\theta)$$

L'intensité I est proportionnelle à $\left| \vec{E} \right|^2$, on écrit donc :

$$I_{horizontal} \propto \left\| \vec{E}_{horizontal} \right\|^2 = \left\| \vec{E}_0 \right\|^2 \cdot \cos^2(\theta)$$

Le graphique 2.2.5 nous indique que, pour une orientation de 45° , la moitié de l'onde est transmise et l'autre moitié est absorbée/réfléchi! L'intensité diminue donc de la moitié de sa valeur initiale.

On vérifie bien que l'intensité totale ne change pas :

$$I_0 = I_{vertical} + I_{horizontal} \propto \left\| \vec{E}_0 \right\|^2 \cdot \sin^2(\theta) + \left\| \vec{E}_0 \right\|^2 \cdot \cos^2(\theta) = \left\| \vec{E}_0 \right\|^2 \cdot (\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)) = \left\| \vec{E}_0 \right\|^2$$

Si l'on continue à décrire le trajet de l'onde transmise (voir figure 2.2.4) qui est maintenant polarisée verticalement et qui rencontre un polariseur faisant un angle ϕ avec l'horizontale. On a alors :

$$\left\| \vec{E}_2 \right\| = \left\| \vec{E}_1 \right\| \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) = \left\| \vec{E}_0 \right\| \cdot \sin(\theta) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right)$$

L'intensité s'écrit donc

$$I_2 \propto \left\| \vec{E}_2 \right\|^2 = \left\| \vec{E}_0 \right\|^2 \cdot \sin^2(\theta) \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right)$$

où $\frac{\pi}{2} - \phi$ est l'angle entre la polarisation et l'axe du polariseur.

Il est étonnant de constater qu'une onde polarisée verticalement peut toujours être polarisée dans une autre direction (excepté la direction horizontale) au prix d'une diminution de son intensité. Si, comme dans l'expérience (voir résumé paragraphe 2.2.2 page 42) on place deux polariseur successifs orientés à 45° de la polarisation de l'onde, on obtient

$$I_2 \propto \left\| \vec{E}_2 \right\|^2 = \left\| \vec{E}_0 \right\|^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left\| \vec{E}_0 \right\|^2 \cdot 0.25 = 0.25 \cdot I_0$$

2.2 La polarisation d'un photon

2.2.4.2. Description quantique

Avvertissement : Cette section est spécialement dédiée au *formalisme mathématique de la physique quantique* que nous allons utiliser dans le reste de ce cours. Ce formalisme sera abordé de manière pragmatique et opérationnel mais nécessite tout de même quelques compétences en algèbre linéaire. Comme toujours en science, il faut passer du temps pour apprivoiser les nouvelles notions et avoir l'impression de les comprendre. Ne vous découragez pas, car si les paragraphes qui suivent sont essentiels pour aborder l'aspect mathématique de la suite de ce livre, ils peuvent être compris comme on comprend une recette de cuisine.

Préambule Pour décrire la polarisation d'un point de vue quantique, il nous faut :

- une notation pour l'état de la particule et de sa polarisation : on ne considère donc plus ici un rayon lumineux constitué d'une grande quantité de photons, mais le photon individuel !
- une description de l'effet d'un polariseur sur l'état du photon
- une règle permettant de calculer la probabilité de détecter un photon après le polariseur.

Vecteur d'état La notion d'état est un concept central en physique quantique. Comme on l'a vu dans l'introduction historique (en particulier dans les section 1.4 et suivantes, à partir de la page 16), les objets quantique ont des comportements bizarres. Ils se comportent à la fois comme des ondes et comme des particules. On ne peut que rarement effectuer une observation sans les perturber, ce qui rend les mesures ultérieures dépendantes des mesures précédentes. Il faut donc se résigner à ne mesurer que des probabilités : probabilité que l'objet se trouve dans un petit volume d'espace (non pas à un endroit précis), probabilité que sa vitesse soit comprise dans un petit intervalle (non pas une vitesse précise), probabilité de franchir un polariseur orienté verticalement, ...

Ces contraintes ont conduit les physiciens fondateurs de la physique quantique à la formuler dans un espace abstrait appelé espace de Hilbert. Dans cet espace, on trouve séparés le *vecteur d'état* qui décrit le système et les *observables* qui sont des fonctions qui agissent sur le vecteur d'état pour donner le résultat d'une mesure (une grandeur physique) ! La position d'un corps n'est plus considérée comme faisant partie de l'état de ce corps (comme en physique classique) mais est le résultat de l'application de l'observable "position" sur le vecteur d'état décrivant ce corps ! C'est mathématiquement très élégant mais aussi très déstabilisant lorsque l'on continue de penser en termes classiques.

Quelles sont alors les différences fondamentales entre la description de la physique classique et de la physique quantique ? Dans les cas les plus simples, presque rien :

- en physique classique un vecteur se note \vec{a} ; en physique quantique, dans la notation de Dirac, on le notera $|a\rangle$
- en physique classique le produit scalaire entre \vec{a} et \vec{b} se note $\vec{a}\cdot\vec{b}$; en physique quantique, dans la notation de Dirac, on le notera $\langle a|b\rangle$. Dans les deux cas, si a et b ont des composantes réelles $\langle a|b\rangle = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + \dots$

Il y a quelques autres différences que nous découvriront au fur et à mesure de nos besoins. Pour l'instant, commençons à utiliser ce fameux formalisme pour décrire la polarisation.

Puisque seule la direction de la polarisation nous intéresse, nous prendrons pour base les deux directions possibles :

- $|H\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ pour la polarisation horizontale et
- $|V\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ pour la polarisation verticale.

Tout photon peut donc être décrit dans cette base comme une combinaison linéaire des deux directions ($|\psi_\alpha\rangle$ est appelé *vecteur d'état*). En considérant que l'angle α est mesuré par rapport à l'horizontale, on a en notation de Dirac :

$$|\psi_\alpha\rangle = a_H |H\rangle + a_V |V\rangle = \cos(\alpha) |H\rangle + \sin(\alpha) |V\rangle$$

En notation matricielle, on écrit

$$|\psi_\alpha\rangle = \begin{pmatrix} a_H \\ a_V \end{pmatrix} = \cos(\alpha) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \sin(\alpha) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

Comme la notation de Dirac est beaucoup plus concise, on évitera autant que possible d'utiliser la notation matricielle.

On remarque que les coefficients a_H (respectivement a_V) s'obtiennent en prenant le produit scalaire du vecteur d'état $|\psi_\alpha\rangle$ avec le vecteur $|H\rangle$ (respectivement $|V\rangle$) :

$$\begin{aligned} a_H &= \langle \psi_\alpha | H \rangle = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \cos(\alpha) \\ a_V &= \langle \psi_\alpha | V \rangle = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \sin(\alpha) \end{aligned}$$

Recette pour calculer la probabilité de détection En physique quantique, on ne mesure pas l'intensité d'une onde mais une probabilité conditionnelle de détection. De manière analogue à l'intensité dans le cas classique, la probabilité de détection est égale au carré de la norme du vecteur d'état :

$$P(|\psi_\alpha\rangle) = \|\psi_\alpha\|^2 = \|a_H\|^2 + \|a_V\|^2 = P(|\psi_\alpha\rangle_H) + P(|\psi_\alpha\rangle_V)$$

On interprète les probabilités de la façon suivante

- $P(|\psi_\alpha\rangle_H) = |a_H|^2$ est la probabilité de détecter un photon dont l'état initial est $|\psi_\alpha\rangle$ après un polariseur horizontal ,
- $P(|\psi_\alpha\rangle_V) = |a_V|^2$ est la probabilité de détecter un photon dont l'état initial est $|\psi_\alpha\rangle$ après un polariseur vertical.

Dans notre cas, il vient

$$\begin{aligned} P(|\psi_\alpha\rangle_H) &= \|a_H\|^2 = |\langle \psi_\alpha | H \rangle|^2 = \cos^2(\alpha) \\ P(|\psi_\alpha\rangle_V) &= \|a_V\|^2 = |\langle \psi_\alpha | V \rangle|^2 = \sin^2(\alpha) \end{aligned}$$

Nous retrouvons bien la dépendance en $\sin^2(\alpha)$ (respectivement en $\cos^2(\alpha)$) que l'on avait trouvé dans le cas classique pour la transmission d'un polariseur vertical (respectivement pour la réflexion/absorption de ce même polariseur) !

2.2 La polarisation d'un photon

2.2.4.3. Interprétation de ces probabilités

Dans le cas d'un faisceau de photons, on comprend bien qu'une partie du faisceau soit transmise par un polariseur vertical ($I_{1_{transmise}} \propto \|\vec{E}_0\|^2 \cdot \sin^2(\theta)$) et qu'une autre partie soit réfléchi/absorbé et ($I_{1_{réfléchi}} \propto \|\vec{E}_0\|^2 \cdot \cos^2(\theta)$) puisque la polarisation des photons incident est au départ aléatoire. On parle ici d'intensité de la lumière, la caractéristique d'un nombre élevé de photons et non du comportement d'un photon individuel.

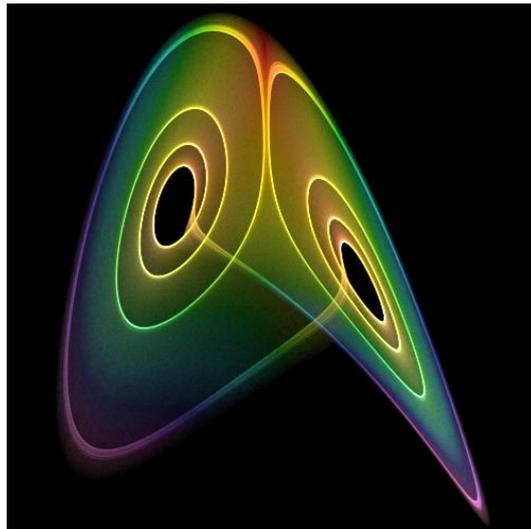
En revanche, on peut se demander si un photon qui arrive "en vue" du polariseur "sait déjà" s'il va passer ou non ! La question est légitime : le photon contient-il une information cachée qui lui permet de "choisir" d'être transmis ou d'être réfléchi avec les bonnes probabilités ?

Einstein lui-même s'est posé cette question. Sa réponse fut : "Dieu ne joue pas au dés !". Il pensait que quelque chose échappait à la vigilance des physiciens théoriciens de l'époque et que l'on complèterait un jour la théorie quantique en faisant apparaître des variables en ce temps là cachées ! Malheureusement (voir section 1.7 et suivantes), l'histoire lui a donné tort puisqu'il est maintenant établi que, si Dieu existe, il joue constamment avec des dés ... tout à fait particuliers.

En effet, les dés que nous utilisons tous, simples mortels, acquièrent leur caractère aléatoire d'une "faille" des mathématiques : la sensibilité des équations du mouvement aux conditions initiales (que l'on appelle plus couramment "chaos déterministe"). Expliquons nous. Les équations mathématiques qui régissent le mouvement d'un dé sont connues depuis très longtemps mais on ne sait les résoudre entièrement (de manière analytique) que dans des cas très (trop) simples. Il faut donc passer par des méthodes numériques pour calculer la trajectoire du dé. Là, tout se complique, car toute valeur numérique (la position, la vitesse, l'accélération, ...) ne peut être connue qu'approximativement, pour un nombre fini de décimales. Pensez à votre machine à calculer qui exhibe fièrement 12 décimales. Quelle est la valeur de la 13ème décimale ? Nous entendons votre objection : pourquoi se soucier d'un nombre si petit ? Il a justement une importance cruciale dans certains types de mouvements (tels les lancers de dé ou le calcul de la trajectoire d'une dépression pour la météo) puisqu'une différence infime sur la position, la vitesse ou l'accélération peut conduire à des *trajectoires* tout à fait différentes. En météorologie, on appelle cela l'effet papillon : un papillon bat des ailes à Genève et déclenche quelques semaines plus tard une tornade à Miami !

En réalité, il est possible de prédire l'issue d'un jet de dé ! Il suffit de laisser le dé tomber verticalement, d'une faible hauteur et sur une surface qui absorbe les choc. Dans ce cas, aucune rotation n'aura lieu et la face qui était sur le dessus avant le lancer le sera toujours après le lancer. Donc, si l'on pouvait lancer le dé *exactement* de la même manière à chaque fois et qu'il rencontre *exactement* la même surface à chaque fois, on obtiendrait à coup sûr la même face. Cependant, dans la réalité, ceci est parfaitement impossible puisque pour contrôler le lancer il faudrait pouvoir connaître la position, la vitesse, l'accélération ainsi que les forces agissant sur ce dé avec une précision infinie ! C'est donc l'impossibilité de contrôler exactement les conditions du lancer qui mène à l'aléatoire.

Le cas de notre photon individuel est tout autre. Nous savons à coup sûr qu'en répétant un grand nombre de fois l'expérience du polariseur vertical pour des photons individuels préparés dans l'état initial $|\psi_\alpha\rangle$, le rapport du nombre de photons détectés après le polariseur au nombre de photons total émis doit suivre la fonction $\sin^2(\alpha)$ (ce rapport est par définition la probabilité de retrouver un photon $|\psi_\alpha\rangle$ derrière un polariseur vertical).



source : http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Intermittent_Lorenz_Attractor_-_Chaoscope.jpg

FIGURE 2.2.6. Illustration du chaos déterministe

Comme pour le dé, la loi de probabilité est connue ! Contrairement au dé, ce comportement aléatoire ne provient pas de l'impossibilité de reproduire exactement un état initial, mais il s'agit bien d'un comportement aléatoire intrinsèque : en physique quantique il n'est pas possible de connaître simultanément les valeurs exactes des composantes de la polarisation ! Contrairement au dé, la connaissance de l'état initial ne permet pas de prédire à coup sûr l'issue de l'interaction du photon avec le polariseur. Le photon individuel ne "sait" donc jamais si il va être transmis ou réfléchi/absorbé !

2.3. Polarisation de deux photons et intrication

Dans le cas classique, la polarisation de deux ondes planes est simplement déduite du principe de superposition ($\vec{E}_{tot} = \vec{E}_1 \cdot \cos(k_1z + \omega_1t) + \vec{E}_2 \cdot \cos(k_2z + \omega_2t)$). En chaque endroit et à chaque instant, la polarisation est décrite comme la somme de deux "entités" indépendantes.

Le cas quantique est résolument différent. En décrivant la polarisation de deux photons, on obtient dans certaines configurations un état dans lequel les deux entités ne sont plus séparables. Ce type d'état, appelé *état intriqué* (entangled state en anglais), est la source d'un étonnement qui perdure depuis sa description en 1935 par Einstein, Podolsky et Rosen (voir paragraphe 1.7 page 28 ainsi que le chapitre 5 page 77).

L'intrication surgit de la description mathématique de l'état d'un ensemble de particules – nous nous limiterons dans ce cours à deux particules. Essayons de comprendre ce concept étrange.

2.3.1. Le produit tensoriel

Afin de ne pas mélanger difficultés mathématiques et concept de physique, nous allons ici apprendre à utiliser une nouvelle forme de multiplication que l'on nomme *produit tensoriel*.

Vous connaissez,

2.3 Polarisation de deux photons et intrication

— le produit scalaire “ \cdot ” qui, transforme deux vecteur en un scalaire :

$$\langle a | b \rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3 = \sum_{i=1}^3 a_i \cdot b_i$$

— le produit vectoriel “ \times ”, qui transforme deux vecteurs en un vecteur :

$$|a\rangle \times |b\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2 \\ a_3 \cdot b_1 - a_1 \cdot b_3 \\ a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1 \end{pmatrix}$$

Le produit tensoriel “ \otimes ” transforme deux vecteurs d’un espace vectoriel de dimension n en un vecteur d’un nouvel espace vectoriel de dimension n^2 :

$$|a\rangle \otimes |b\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \\ a_2 \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \\ a_3 \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \cdot b_1 \\ a_1 \cdot b_2 \\ a_1 \cdot b_3 \\ a_2 \cdot b_1 \\ a_2 \cdot b_2 \\ a_2 \cdot b_3 \\ a_3 \cdot b_1 \\ a_3 \cdot b_2 \\ a_3 \cdot b_3 \end{pmatrix}$$

Avec cette définition, on remarque immédiatement que le produit tensoriel n’est pas commutatif : $|a\rangle \otimes |b\rangle \neq |b\rangle \otimes |a\rangle$

2.3.2. Revenons à nos photons

2.3.2.1. Mathématiquement

Nos deux photons ont chacun une polarisation qui peut soit être verticale, soit être horizontale. Il y a donc quatre différentes possibilités :

1. Le premier photon est polarisé horizontalement et le deuxième aussi : $|H\rangle \otimes |H\rangle$,
2. Le premier photon est polarisé horizontalement et le deuxième verticalement : $|H\rangle \otimes |V\rangle$,
3. Le premier photon est polarisé verticalement et le deuxième horizontalement : $|H\rangle \otimes |H\rangle$,
4. Le premier photon est polarisé verticalement et le deuxième aussi : $|V\rangle \otimes |V\rangle$,

En reprenant la définition du produit tensoriel, on a

$$\begin{aligned}
 |H\rangle \otimes |H\rangle &= \begin{pmatrix} 1 & \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ 0 & \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 |H\rangle \otimes |V\rangle &= \begin{pmatrix} 1 & \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ 0 & \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 |V\rangle \otimes |H\rangle &= \begin{pmatrix} 0 & \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ 1 & \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 |V\rangle \otimes |V\rangle &= \begin{pmatrix} 0 & \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ 1 & \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

On remarque immédiatement que la norme de chaque vecteur est 1 ($\| |H\rangle \otimes |H\rangle \| = \dots = \| |V\rangle \otimes |V\rangle \| = 1$) et que tous ces vecteurs sont orthogonaux entre eux (leur produit scalaire est nul). Cet ensemble de vecteurs forment donc une base permettant de décrire la polarisation de deux photons !

Pour alléger l'écriture, on note

$$\begin{aligned}
 |H\rangle \otimes |H\rangle &= |HH\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 |H\rangle \otimes |V\rangle &= |HV\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 |V\rangle \otimes |H\rangle &= |VH\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 |V\rangle \otimes |V\rangle &= |VV\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Le vecteur d'état d'un système de deux photons peut donc s'écrire

$$|\psi\rangle = a_{HH} |HH\rangle + a_{HV} |HV\rangle + a_{VH} |VH\rangle + a_{VV} |VV\rangle$$

avec $a_{HH}^2 + a_{HV}^2 + a_{VH}^2 + a_{VV}^2 = 1$ pour conserver l'interprétation probabiliste, c'est-à-dire par exemple que a_{HH}^2 soit la probabilité de retrouver les deux photons après un polariseur horizontal.

2.3 Polarisation de deux photons et intrication

Considérons le vecteur d'état suivant :

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HV\rangle - |VV\rangle)$$

On peut écrire ce vecteur comme

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\underbrace{|H\rangle}_{\text{photon 1}} \otimes \underbrace{|V\rangle}_{\text{photon 2}} - \underbrace{|V\rangle}_{\text{photon 1}} \otimes \underbrace{|V\rangle}_{\text{photon 2}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\underbrace{(|H\rangle - |V\rangle)}_{\text{photon 1}} \otimes \underbrace{|V\rangle}_{\text{photon 2}} \right]$$

De manière identique

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HV\rangle - |HH\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\underbrace{|H\rangle}_{\text{photon 1}} \otimes \underbrace{|V\rangle}_{\text{photon 2}} + \underbrace{|H\rangle}_{\text{photon 1}} \otimes \underbrace{|H\rangle}_{\text{photon 2}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\underbrace{|H\rangle}_{\text{photon 1}} \otimes \underbrace{(|V\rangle + |H\rangle)}_{\text{photon 2}} \right]$$

On voit clairement que ces vecteurs d'état sont la superposition de vecteurs d'état de chaque photon $\psi = \psi_{\text{photon 1}} \otimes \psi_{\text{photon 2}}$, comme dans le cas classique.

Il existe cependant d'autres possibilités troublantes :

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HH\rangle - |VV\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\underbrace{|H\rangle}_{\text{photon 1}} \otimes \underbrace{|H\rangle}_{\text{photon 2}} - \underbrace{|V\rangle}_{\text{photon 1}} \otimes \underbrace{|V\rangle}_{\text{photon 2}} \right)$$

ou

$$|\psi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HV\rangle - |VH\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\underbrace{|H\rangle}_{\text{photon 1}} \otimes \underbrace{|V\rangle}_{\text{photon 2}} - \underbrace{|V\rangle}_{\text{photon 1}} \otimes \underbrace{|H\rangle}_{\text{photon 2}} \right)$$

Les vecteurs d'état ψ_3 et ψ_4 ne peuvent pas être écrit comme des vecteurs d'états décrivant chacun des photons. Tout se passe comme si l'individualité de chaque photon était perdue et que seule de l'information sur les deux photons peut être extraite du vecteur d'état. On parle alors de photons intriqués

2.3.2.2. Expérimentalement

La perte de l'individualité de chaque photon est encore plus troublante si on considère la situation (réelle) suivante

Un faisceau laser puissant (appelé "pompe") est dirigé sur un cristal non linéaire (du borate de baryum $Ba(BO_2)_2$). La plupart des photons traversent le borate de baryum sans interagir mais il arrive quelquefois qu'un photon interagisse avec le cristal. Dans ce cas (appelé *spontaneous down conversion* en anglais), le photon est "absorbé" puis "réémis" sous la forme d'une paire de photons intriqués. Ces photons (dont l'énergie est la moitié de celle du photon incident¹) sont toujours émis le long de deux cônes (voir figure 2.3.1) de façon symétrique et leurs polarisations sont toujours perpendiculaires².

1. En réalité, la somme des énergies de chaque photons corrélés est égale à l'énergie du photon incident. Il est pratique de choisir les photons corrélés qui ont exactement la même énergie car, dans ce cas, on est certain de la qualité de l'intrication.

2. Ce qui est vrai pour le Borate de Baryum n'est pas une généralité : il existe des cristaux non-linéaires qui produisent des photons intriqués dont les polarisations sont toujours identiques

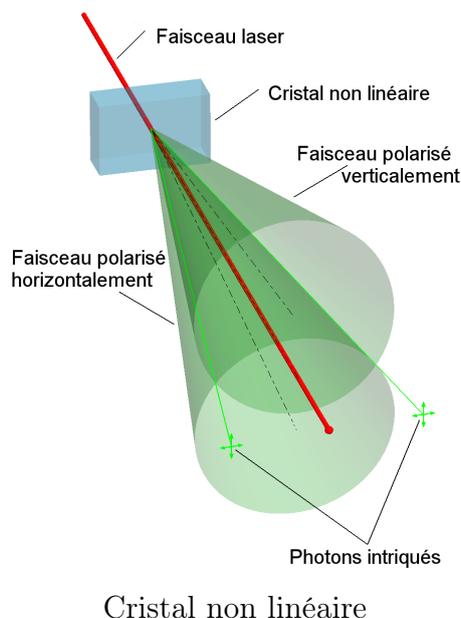


image tirée de http://en.wikipedia.org/wiki/File:SPDC_figure.png et francisée par nos soins

FIGURE 2.3.1. Création d'une paire de photons intriqués

On obtient donc deux objets séparés dans l'espace mais dont on sait que la polarisation est parfaitement corrélée : si l'on mesure la polarisation de l'un, on connaît la polarisation de l'autre !

Cela signifie-t-il que l'on puisse transmettre de l'information plus rapidement que la vitesse de la lumière ?

Imaginons que l'on place un polariseur vertical suivi d'un détecteur sur le chemin du photon n°1. Avant que le photon n°1 n'interagisse avec le polariseur, on ne connaît que la probabilité de le retrouver derrière le polariseur : $P(|\psi_\alpha\rangle_V) = |a_V|^2 = |\langle\psi_\alpha|V\rangle|^2 = \sin^2(\alpha)$. On ne peut donc pas dire si le détecteur va oui ou non indiquer la présence d'un photon. Après interaction avec le polariseur, si on détecte un photon, on est sûr que le photon n°1 est polarisé verticalement (il sera arrêté par un polariseur horizontal). On est donc aussi certain que le photon n°2 est polarisé horizontalement (il sera arrêté par un polariseur vertical). On peut faire le même raisonnement si le photon n°1 n'est pas détecté : on est sûr que le photon n°1 est polarisé horizontalement et que le photon n°2 est polarisé verticalement.

Comme nous n'avons pas de connaissance à-priori, toute tentative de transmettre un message par le biais d'une série de photons intriqués est vouée à l'échec : ce qui est transmis suit simplement une loi de probabilité et est parfaitement aléatoire ! Pour transmettre un message, il faudrait que la personne mesurant la détection des photons n°1 communique avec celle qui mesure la détection des photons n°2 pour lui dire que choisir dans la série de mesures ! Même si l'effet de la mesure du photon n°1 donne immédiatement le résultat de la mesure du photon n°2 (aussi s'ils sont séparés par des millions de kilomètres), cette connaissance est située dans le laboratoire du premier photon ! Pour transmettre l'information au 2ème laboratoire, il faut passer, par exemple, par le téléphone, ce qui ne peut pas se faire plus rapidement que la lumière.

Les deux laboratoires vont pouvoir, après coup comparer leurs résultats. Si le laboratoire n°1 à obtenu *HHVHVVVH* le laboratoire n°2 aura *VVHVHHHV*. Cela peut s'avérer utile (voir le chapitre 4) mais ne permet pas une communication supraluminique.

2.3 Polarisation de deux photons et intrication

Ce qui est clairement nouveau est qu'un objet unique (la fonction d'onde de deux photons intriqués est un objet unique en physique quantique) peut se trouver en deux régions différentes de l'espace. De plus, si l'on agit sur une partie de l'objet, l'autre partie est instantanément modifiée. On appelle cela le principe de *non-localité*. La physique quantique semble être une théorie non locale.

2.3.3. Théorème de non clonage quantique

Dans le monde classique, on recopie couramment des documents en les photocopiant. Une propriété étrange de la physique quantique est l'impossibilité de recopier exactement un état. Nous allons démontrer ce résultat en imaginant une photocopieuse quantique qui permettrait de recopier un état ($|H\rangle$ ou $|V\rangle$), l'état $|X\rangle$ étant un état quelconque jouant le rôle de la page blanche. Voici, dans le formalisme de Dirac ce qu'une telle photocopieuse devrait faire :

$$\begin{aligned} C|HX\rangle &\longrightarrow |HH\rangle \\ C|VX\rangle &\longrightarrow |VV\rangle \end{aligned}$$

où C (pour clonage) est l'opérateur représentant la photocopieuse quantique.

Prenons pour état de départ $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle)$ et tentons de le photocopier :

$$\begin{aligned} C(|\psi\rangle \otimes |X\rangle) &= C\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle) \otimes |X\rangle\right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(C|HX\rangle + C|VX\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle + |VV\rangle) \end{aligned}$$

Ce n'est sûrement pas l'effet souhaité puisque l'on devrait obtenir

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle) = \frac{1}{2}(|HH\rangle + |HV\rangle + |VH\rangle + |VV\rangle)$$

Ceci démontre que notre photocopieuse quantique ne peut pas reproduire fidèlement l'état $|\psi\rangle$.

Ceci est bien entendu un cas (très) particulier mais ce résultat est valable dans le cas général.

Deuxième partie

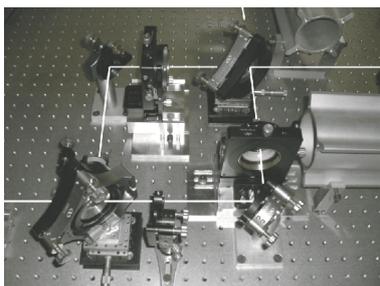
Surprises quantiques

Chapitre 3

L'interféromètre de Mach-Zehnder

3.1. Introduction

Un interféromètre est un instrument qui exploite le phénomène de physique ondulatoire appelé *interférences*. En physique classique, on observe des interférences lorsque des ondes de même nature se rencontrent. Il suffit de deux sources ponctuelles distinctes pour provoquer des interférences. On utilise ce phénomène pour accorder une guitare en faisant sonner les harmoniques et en essayant de supprimer les battements. Michelson et Morley ont utilisé un interféromètre pour tenter de mettre en évidence l'éther, substance dont on pensait que l'espace était rempli (voir la figure 1.4.1 page 18 et le paragraphe qu'elle illustre), sans succès. Ils ont en revanche mesuré la vitesse de la lumière avec une grande précision.



source : Astronomy & Astrophysics, vol 447, janvier 2008, page 330.

FIGURE 3.1.1. Interféromètre de Mach-Zehnder

Dans le cas qui nous intéresse ici, nous étudierons d'étranges interférences : l'interférence d'un photon avec lui même. C'est l'une des grande surprise de la physique quantique. On l'appelle *interférence à une particule*!

Mais voyons en quoi consiste cet interféromètre.

3.2. Présentation

Le montage expérimental ci-dessous (figure 3.2.1) est appelé interféromètre de Mach-Zehnder. C'est un instrument qui possède deux miroirs semi transparents ou beam-splitter BS (un à l'entrée et un à la sortie) et deux miroirs réfléchissants M. La lumière incidente peut parcourir plusieurs trajets :

- elle peut être transmise par le premier beam-splitter BS_1 , être réfléchié par le miroir M_1 puis transmise par le deuxième beam-splitter BS_2 (TRT).
- elle peut être transmise par le premier beam-splitter BS_1 , être réfléchié par le miroir M_1 puis réfléchié par le deuxième beam-splitter BS_2 (TRR).

- elle peut être réfléchi par le premier beam-splitter BS_1 , être réfléchi par le miroir M_1 puis transmise par le deuxième beam-splitter BS_2 (RRT).
- elle peut être réfléchi par le premier beam-splitter BS_1 , être réfléchi par le miroir M_1 puis réfléchi par le deuxième beam-splitter BS_2 (RRR).

On admet que tous ces trajets sont rigoureusement identiques du point de vue de la longueur.

Il y a interférence puisqu'une partie du faisceau passera par le chemin bleu et l'autre partie par le chemin rouge, pour se recombinaer après BS_2 .

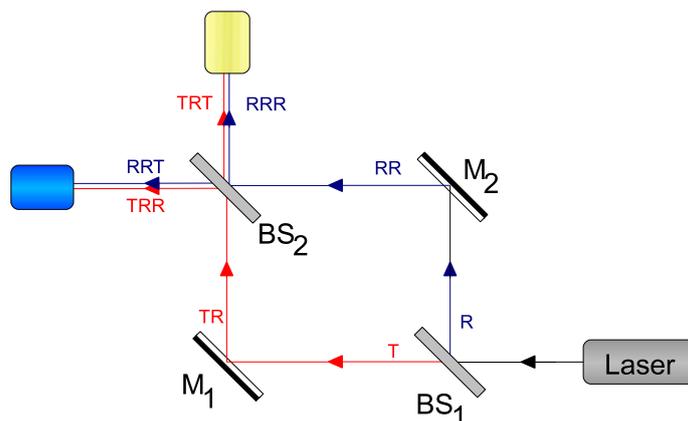


FIGURE 3.2.1. Schéma de principe d'un interféromètre de Mach-Zehnder

Etudions tout d'abord le comportement théorique classique d'un faisceau laser dans le montage expérimental de l'interféromètre de Mach-Zehnder (figure 3.2.1). Par soucis de simplification, nous considérerons que le champ \vec{E} se déplaçant dans le plan xy est orienté selon l'axe z :

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_{0z} \cdot \cos(kx - \omega t) \end{pmatrix}$$

et, donc, par abus de notation

$$E = E_0 \cdot \cos(kx - \omega t)$$

où x représente la distance parcourue depuis la position du premier miroir semi transparent.

Il n'est pas question ici de refaire un cours d'optique ondulatoire mais seulement d'en rappeler les résultats. Dans le cas d'une réflexion/transmission avec un angle d'incidence de 45° , la différence de phase entre le faisceau transmis et le faisceau réfléchi est de 90° (on utilisera $\frac{\pi}{2}$).

On considèrera aussi que la réflexion/transmission s'effectue sans pertes et que le faisceau va simplement se séparer en deux faisceaux d'égales intensités ($I_0 \rightarrow \frac{I_0}{2} \Rightarrow E_0 \rightarrow \frac{E_0}{\sqrt{2}}$ puisque $I_0 \propto E_0^2$).

Avec ces suppositions, nous pouvons calculer ce que l'on doit observer au niveau du détecteur jaune et du détecteur bleu.

3.2 Présentation

Le premier miroir semi-transparent à l'effet suivant :

$$\begin{aligned}E_R &= \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cdot \cos(kx - \omega t + \frac{\pi}{2}) \\E_T &= \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cdot \cos(kx - \omega t)\end{aligned}$$

Les deux faisceaux rencontrent alors un miroir :

$$\begin{aligned}E_{RR} &= \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cdot \cos(kx - \omega t + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cdot \cos(kx - \omega t + \pi) \\E_{TR} &= \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cdot \cos(kx - \omega t + \frac{\pi}{2})\end{aligned}$$

Ils arrivent enfin sur le deuxième miroir semi-transparent :

$$\begin{aligned}E_{RRR} &= \frac{E_0}{2} \cdot \cos(kx - \omega t + \frac{3\pi}{2}) \\E_{RRT} &= \frac{E_0}{2} \cdot \cos(kx - \omega t + \pi) \\E_{TRR} &= \frac{E_0}{2} \cdot \cos(kx - \omega t + \pi) \\E_{TRT} &= \frac{E_0}{2} \cdot \cos(kx - \omega t + \frac{\pi}{2})\end{aligned}$$

Nous obtenons donc pour le détecteur jaune :

$$\begin{aligned}E_{jaune} &= E_{RRR} + E_{TRT} \\&= \frac{E_0}{2} \cdot \cos(kx - \omega t + \frac{3\pi}{2}) + \frac{E_0}{2} \cdot \cos(kx - \omega t + \frac{\pi}{2}) \\&= -\frac{E_0}{2} \cdot \cos(kx - \omega t + \frac{\pi}{2}) + \frac{E_0}{2} \cdot \cos(kx - \omega t + \frac{\pi}{2}) \\&= 0\end{aligned}$$

et pour le détecteur bleu

$$\begin{aligned}E_{bleu} &= E_{RRT} + E_{TRR} \\&= \frac{E_0}{2} \cdot \cos(kx - \omega t + \pi) + \frac{E_0}{2} \cdot \cos(kx - \omega t + \pi) \\&= 2 \cdot \left(-\frac{E_0}{2} \cdot \cos(kx - \omega t) \right) \\&= -E_0 \cdot \cos(kx - \omega t) = -E\end{aligned}$$

On devrait donc observer des interférences constructives dans le détecteur bleu et des interférences destructives dans le détecteur jaune.

3.3. Faits expérimentaux

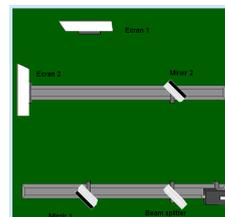
Nous allons ici observer le comportement parfois étrange de la polarisation. A nouveau, par soucis d'économie, ce laboratoire se basera sur une simulation de la réalité sous la forme d'un programme développé par des enseignantes de l'Université fédérale de Rio Grande do Sol.

Même si il s'agit d'expérience virtuelles, l'étudiant aura soin de noter ses observations et résultats dans un cahier de laboratoire.

Rendez-vous immédiatement dans la salle de votre deuxième laboratoire : la page 116.

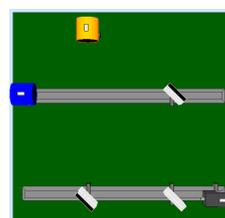
3.4. Constats

La première partie de l'expérience montre que le miroir semi transparent ne fait que séparer le faisceau laser en deux faisceaux d'égale intensité. On obtient sur chaque écran une tache circulaire dont l'intensité s'affaiblit à mesure que l'on s'éloigne du centre.



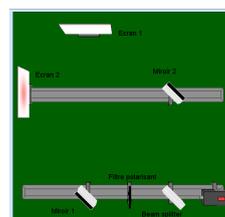
En passant en mode "Single Photon" on constate qu'à mesure que les "traces" des photons uniques s'accumulent, le même schéma se crée sur les deux écrans.

En remplaçant les écrans par des détecteurs, en mode "Single Photon", on observe que les photons se répartissent aléatoirement dans chaque détecteur. Dans ce cas, la distribution est uniforme : 50% dans l'un et 50% dans l'autre – comme si chaque photon jouait à pile ou face pour décider quel chemin choisir.



En baissant la fréquence d'émission à 1 photon par seconde, on observe qu'un photon unique n'est détecté que par un seul détecteur. Ceci indique qu'un photon arrivant sur un détecteur n'est pas passé par deux chemin différents : il a été soit réfléchi, soit transmis!

On place maintenant un filtre polarisant dans le chemin du rayon qui à été transmis par le miroir semi-transparent. En jouant avec l'orientation du filtre, on observe que l'intensité du faisceau arrivant sur l'écran 1 diminue lorsque l'on passe de 0° à 90°. A 90°, le filtre bloque totalement le faisceau.



Entre 90° et 180°, l'intensité du faisceau observée sur l'écran 1 augmente jusqu'à atteindre un maximum pour 180°. Tout recommence ensuite : entre 180° et 270° on reproduit l'observation faite entre 0° et 90° ; entre 270° et 360° on reproduit l'observation faite entre 90° et 180°!

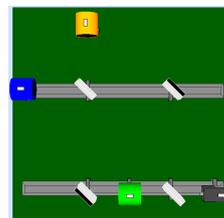
En passant en mode "Single Photon", on remarque que le nombre de photons atteignant l'écran 1 diminue lorsque le filtre s'approche de 90° (ou de 180°)! Lorsque le filtre est à 90°

3.4 Constats

(ou 180°) aucun photon n'est détecté sur l'écran 1 et on est sûr que le photon frappant l'écran 2 à été réfléchi par le miroir semi-transparent.

Détecter un photon revient souvent à le réfléchir vers l'arrière (filtre polarisant) ou à l'absorber (détecteurs).

Le montage ci-contre (mode "Single Photons") nous donne une information fondamentale sur le comportement de la polarisation d'un photon dans un miroir semi-transparent. Nous savons que les photons détectés par le détecteur 1 (en vert dans l'image ci-contre) sont absorbés (on perd donc la moitié des photons émis par le laser).



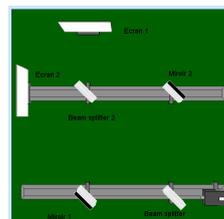
Seuls les photons réfléchis par le premier miroir semi-transparent vont pouvoir être détectés par les détecteurs 3 et 4 et nous connaissons exactement le trajet qu'ils ont suivi.

On peut se demander si ces photons vont être uniquement réfléchis (donc détectés uniquement par le détecteur jaune) puisqu'ils ont été réfléchi par le premier miroir semi transparent. Peut être voudront-ils compenser en choisissant d'être transmis ?

En fait, ce n'est pas le cas : ces photons se répartissent à nouveau aléatoirement dans les deux détecteurs, ce que confirment les comptage des détecteurs 3 et 4. On compte le quart des photons émis par le laser dans chaque détecteur.

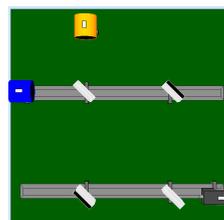
D'ailleurs, en remplaçant le détecteur 1 par un détecteur se trouvant sur le trajet des photons réfléchis (le détecteur 2), on obtiendrait exactement le même résultat !

Dans ce montage, l'interféromètre est complet. En mode "Laser" on remarque que des figures d'interférences apparaissent sur les deux écrans. L'écran 1 montre des interférences destructives et l'écran 2 des interférences constructives. C'est bien ce que l'on attendait des calculs du paragraphe 3. Lorsqu'on passe en mode "Single Photon", on constate que les figures d'interférences se construisent petit à petit.



Tout se passe comme si les photons uniques reconstruisaient graduellement les figures d'interférence que l'on constate en mode "Laser"

Ce dernier montage nous place devant un mystère : seul le détecteur bleu compte des photons ! De plus, tous les photons émis par le laser se retrouvent dans le détecteur bleu ! C'est le résultats que l'on attendait pour l'intensité d'une onde, pas pour un photon unique.



Il faut donc en conclure que, dans ce cas, tout se passe comme si chaque photon interférait avec lui-même ! On parle donc d'*interférence à une particule*.

3.5. Interprétation

La dernière expérience nous place devant un mystère central de la physique : alors que l'on s'est persuadé

- que les miroirs semi-transparents fonctionnent correctement (chaque beam splitter sépare bien le faisceau en 2 faisceaux d'égalles intensités),
- que chaque photon n'emprunte qu'un seul chemin,
- qu'en envoyant un photon après l'autre nous rendons impossible les interférences au niveau du 2e miroir semi transparent, nous observons que seul l'un des deux détecteurs est activé!

Quelle différence y a-t-il entre les différents montages ?

Peut être faudrait-il parler maintenant d'une expérience supplémentaire que nous ne pouvons pas faire avec notre laboratoire virtuel et dont vous trouverez le schéma dans la figure 3.5.1

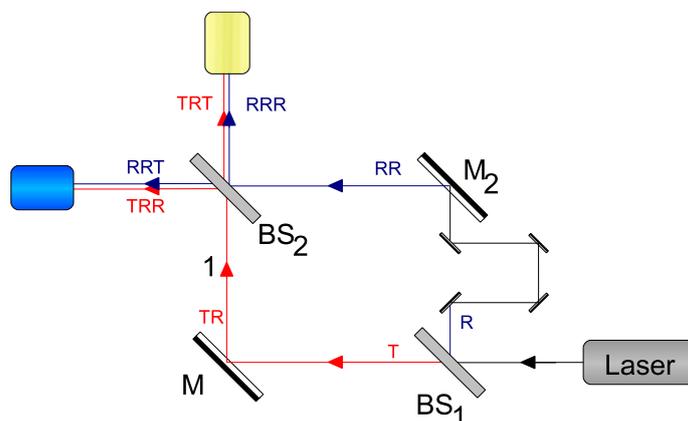


FIGURE 3.5.1. Schéma de principe d'un interféromètre de Mach-Zehnder à chemin variable

Dans ce montage, on peut faire varier le chemin parcouru dans un “bras” de l'interféromètre en ajoutant 4 miroirs mobiles (la différence de phase due aux réflexions supplémentaires est de $4 \cdot \frac{\pi}{2} = 2\pi$; elle ne change donc en rien la phase du photon – seule la différence de chemin est importante. En envoyant toujours un photon unique à la fois, on constate que dès lors que le chemin est un peu modifié, on commence à détecter quelques photons dans le détecteur jaune. Plus la différence de chemin est grande, plus on détecte de photons dans le détecteur jaune. Lorsque la différence atteint une certaine valeur, appelons la D , tous les photons sont détectés dans le détecteur jaune et aucun dans le bleu . En continuant à augmenter la différence de longueur, l'inverse se produit et le nombre de photons détectés dans le détecteur bleu augmente jusqu'à qu'il n'y en ait plus dans le détecteur jaune.

Lorsque seul le détecteur jaune détecte les photons, on peut se poser la question suivante : comment un photon passant par le chemin **TR** sait-il qu'il doit être transmis lorsque la différence de chemin entre la branche qu'il emprunte et celle qu'il n'emprunte pas est D alors qu'il doit être réfléchi lorsque cette différence est nulle ? En d'autres mots, le photon porte-t-il une information qui lui permet d'être renseigné sur la longueur d'un chemin qu'il n'emprunte pas ?

3.6 Formalisme mathématique

Il existe de nombreuses façon d’aborder ce problème et nous devons avouer qu’aucune n’est totalement satisfaisante. Nous nous bornerons donc ici de d’énoncer la condition qui permet d’observer ce que l’on appelle *interférence à une particule* :

Les interférences apparaissent lorsqu’une particule peut emprunter plusieurs chemins pour arriver au même détecteur, et que ces chemins sont *indiscernables* après la détection[33]

Cette condition est souvent nommée *principe d’indiscernabilité*.

3.6. Formalisme mathématique

3.6.1. Préambule

Comme au paragraphe 3 page 57, nous allons nous intéresser à l’effet des différents appareils (miroirs semi-transparent, miroir réfléchissants, différence de chemin) sur l’état du photon dans le montage expérimental de l’interféromètre de Mach-Zehnder (fig. 3.6.1). Il nous faut donc :

- une notation pour l’état de la particule en fonction de sa polarisation,
- une description de l’effet d’un miroir semi-transparent polarisant (une lame séparatrice qui transmet la polarisation horizontale et réfléchit la polarisation verticale) sur l’état du photon
- une description de l’effet d’un miroir sur l’état du photon
- une description de l’effet d’une différence de trajet sur l’état du photon (ici représenté par une différence de phase δ)
- une règle permettant de calculer la probabilité de détecter un photon dans le détecteur bleu (respectivement dans le détecteur jaune).

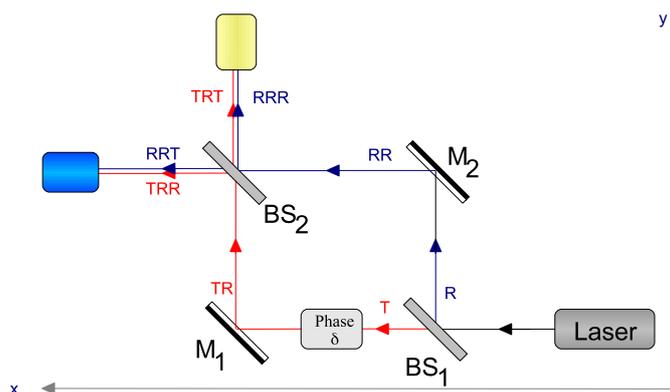


FIGURE 3.6.1. Interféromètre de Mach-Zehnder

3.6.2. Vecteur d’état

Puisque seule la direction de propagation nous intéresse, nous prendrons pour base les deux directions possible :

- $|x\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ pour la direction horizontale et

— $|y\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ pour la direction verticale.

Tout photon peut donc être décrit dans cette base comme une combinaison linéaire des deux directions ($|\psi\rangle$ est appelé *vecteur d'état*) :

$$|\psi\rangle = a_x |x\rangle + a_y |y\rangle$$

$$|\psi\rangle = a_x \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + a_y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$$

Comme la notation de Dirac est beaucoup plus concise, on évitera d'utiliser la notation matricielle.

3.6.3. Effet d'un miroir semi transparent

Un miroir semi transparent sépare le faisceau incident en deux faisceaux : le faisceau transmis (avec un coefficient de transmission t) et le faisceau réfléchi (avec un coefficient de transmission r). La phase du faisceau transmis ne change pas alors que celle du faisceau réfléchi change.

L'effet d'un miroir semi transparent peut se résumer ainsi :

$$|x\rangle \longrightarrow \sqrt{t} |x\rangle + i\sqrt{r} |y\rangle \tag{3.6.1}$$

$$|y\rangle \longrightarrow \sqrt{t} |y\rangle + i\sqrt{r} |x\rangle \tag{3.6.2}$$

Ce qui se comprend ainsi :

- un photon incident dans la direction x va être transmis dans la direction x avec une probabilité t ou être réfléchi dans la direction y avec une probabilité r ($t + r = 1$ pour un miroir idéal sans pertes),
- un photon incident dans la direction y va être transmis dans la direction y avec une probabilité t ou être réfléchi dans la direction x avec une probabilité r .

La non localité de la théorie quantique transparaît dans l'équation $|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|x\rangle + i|y\rangle)$ (et son symétrique $|y\rangle \longrightarrow \sqrt{t} |y\rangle + i\sqrt{r} |x\rangle$). Ceci exprime le fait que lorsqu'on ne connaît pas le trajet du photon, on effectue le calcul comme si il passait par les deux chemins simultanément !

On voit aussi apparaître le symbole $i = \sqrt{-1}$ pour le changement de phase dû à la réflexion. Ceci nous rappelle que la physique quantique se joue dans un espace formé de nombres complexes appelé *espace de Hilbert*. Nous ne rentrerons pas ici dans les détails mathématiques. Il suffit de savoir qu'un espace de Hilbert est doté, comme l'espace euclidien que vous connaissez, d'un produit scalaire qui permet de mesurer les longueurs et les angles.

Un cas particulier que nous étudierons en détail est celui pour lequel les coefficients de transmission et de réflexion sont égaux ($t = r = 0.5$). Le faisceau incident se sépare donc en deux faisceaux d'égales intensités (voir exercice 7.3.2 page 108) :

3.6 Formalisme mathématique

$$\begin{aligned}|x\rangle &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle + i|y\rangle) \\ |y\rangle &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|y\rangle + i|x\rangle)\end{aligned}$$

3.6.4. Effet d'un miroir

Un miroir est simplement un cas particulier d'un miroir semi transparent dans lequel $t = 0$. Dans le cas d'un miroir idéal ($r = 1$), il vient

$$\begin{aligned}|x\rangle &\longrightarrow i|y\rangle \\ |y\rangle &\longrightarrow i|x\rangle\end{aligned}$$

3.6.5. Effet d'une différence de trajet

Une différence de trajet peut être modélisée comme une différence de phase. Dans le schéma 3.6.1, seule la branche horizontale comporte un déphaseur (phase shifter). On a donc

$$\begin{aligned}|x\rangle &\longrightarrow e^{i\delta}|x\rangle \\ |y\rangle &\longrightarrow |y\rangle\end{aligned}$$

3.6.6. Calcul de la probabilité de détection

On se rappellera que la probabilité de détection est égale au carré de la norme du vecteur d'état :

$$P(|\psi\rangle) = \|\psi\|^2 = |a_x|^2 + |a_y|^2 = P(|\psi\rangle_x) + P(|\psi\rangle_y)$$

On voit que

- $P(|\psi\rangle_x) = |a_x|^2$ est la probabilité de détecter un photon dans le détecteur bleu (le long de l'axe x), et
- $P(|\psi\rangle_y) = |a_y|^2$ est la probabilité de détecter un photon dans le détecteur jaune (le long de l'axe y).

3.6.7. Modélisation de l'interféromètre

En appliquant les différents effets sur un état initial $|\psi\rangle = |x\rangle$ (à la sortie du laser), on a

1. rencontre de BS1 (on suppose ici que $t = r = 0.5$) :

$$|x\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle + i|y\rangle)$$

2. déphasage :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle + i|y\rangle) \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i\delta}|x\rangle + i|y\rangle)$$

3. miroir :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (e^{i\delta} |x\rangle + i |y\rangle) \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{i\delta} i |y\rangle - |x\rangle)$$

4. rencontre de BS2 :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{i\delta} i |y\rangle - |x\rangle) &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left[e^{i\delta} i \left(\frac{1}{\sqrt{2}} |y\rangle + i \frac{1}{\sqrt{2}} |x\rangle \right) - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} |x\rangle + i \frac{1}{\sqrt{2}} |y\rangle \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} (e^{i\delta} i |y\rangle - e^{i\delta} |x\rangle) - \frac{1}{2} (|x\rangle + i |y\rangle) \\ &= e^{i\delta/2} \left[\frac{1}{2} (e^{i\delta/2} i |y\rangle - e^{i\delta/2} |x\rangle) - \frac{1}{2} (e^{-i\delta/2} |x\rangle + e^{-i\delta/2} i |y\rangle) \right] \\ &= e^{i\delta/2} \left[\frac{1}{2} (e^{i\delta/2} i |y\rangle - e^{-i\delta/2} i |y\rangle) - \frac{1}{2} (e^{-i\delta/2} |x\rangle + e^{i\delta/2} |x\rangle) \right] \\ &= e^{i\delta/2} \left[\frac{1}{2} (i \cos(\delta/2) - \sin(\delta/2) - i \cos(-\delta/2) + \sin(-\delta/2) |y\rangle) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} (\cos(-\delta/2) + i \sin(-\delta/2)) |x\rangle + (\cos(\delta/2) + i \sin(\delta/2)) |x\rangle \right] \\ &= e^{i\delta/2} \left[\frac{1}{2} (i \cos(\delta/2) - \sin(\delta/2) - i \cos(\delta/2) - \sin(\delta/2)) |y\rangle \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} (\cos(\delta/2) - i \sin(\delta/2) + \cos(\delta/2) + i \sin(\delta/2)) |x\rangle \right] \\ &= e^{i\delta/2} \left[\frac{1}{2} (-2 \sin(\delta/2)) |y\rangle - \frac{1}{2} (2 \cos(\delta/2)) |x\rangle \right] \\ &= -e^{i\delta/2} \cos(\delta/2) |x\rangle - e^{i\delta/2} \sin(\delta/2) |y\rangle \end{aligned}$$

A la sortie, on a donc :

$$\begin{aligned} a_x &= -e^{i\delta/2} \cos(\delta/2) \\ a_y &= -e^{i\delta/2} \sin(\delta/2) \end{aligned}$$

Ce qui nous donne les probabilités de détection suivantes

$$\begin{aligned} P(|\psi\rangle_x) &= \cos^2(\delta/2) \\ P(|\psi\rangle_y) &= \sin^2(\delta/2) \end{aligned}$$

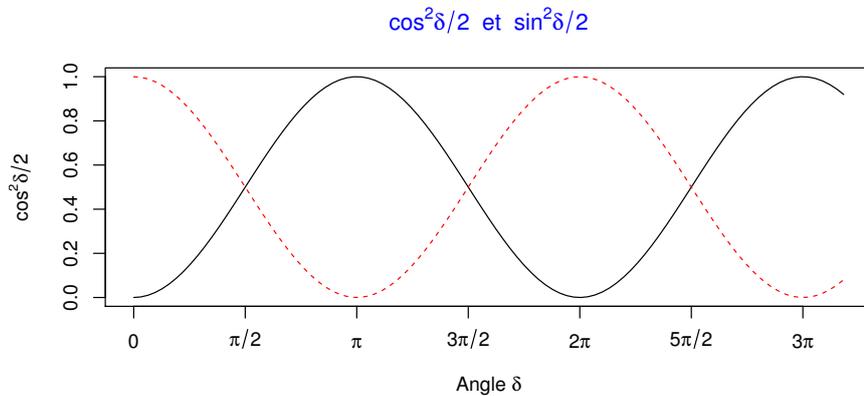


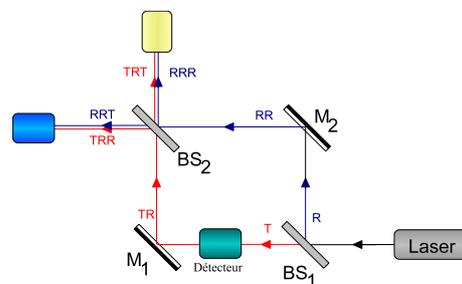
FIGURE 3.6.2. Graphique de la probabilité de détection (selon x en rouge, selon y en noir)

3.6 Formalisme mathématique

On voit donc que la probabilité de détection dépend uniquement de la phase (de la différence de chemin entre les deux branches de l'interféromètre) et que l'on observe bien une interférence à un photon.

3.6.8. Détecter le chemin

Que se passe-t-il si l'on place un détecteur juste après BS1 ? En plaçant un tel détecteur dans la branche horizontale, on sait à coup sûr que seuls les photons réfléchis par BS1 pourront être détectés à la sortie de l'interféromètre (les autres étant absorbés par le détecteur placé après BS1). L'effet de BS1 se réduit donc à celui d'un miroir réfléchissant et on a :



1. rencontre de BS1 (on suppose ici que $t = r = 0.5$) :

$$|x\rangle \longrightarrow i |y\rangle$$

2. miroir :

$$i |y\rangle \longrightarrow - |x\rangle$$

3. rencontre de BS2 :

$$- |x\rangle \longrightarrow -\frac{1}{\sqrt{2}} (|x\rangle + i |y\rangle)$$

A la sortie, on a donc :

$$a_x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$a_y = -\frac{i}{\sqrt{2}}$$

Ce qui nous donne les probabilités de détection suivantes

$$P(|\psi\rangle_x) = \frac{1}{2}$$

$$P(|\psi\rangle_y) = \frac{1}{2}$$

L'effet d'interférence a disparu : savoir à coup sûr dans quelle branche de l'interféromètre le photon est passé détruit l'interférence.

Placer le détecteur dans l'autre branche amène au même résultat.

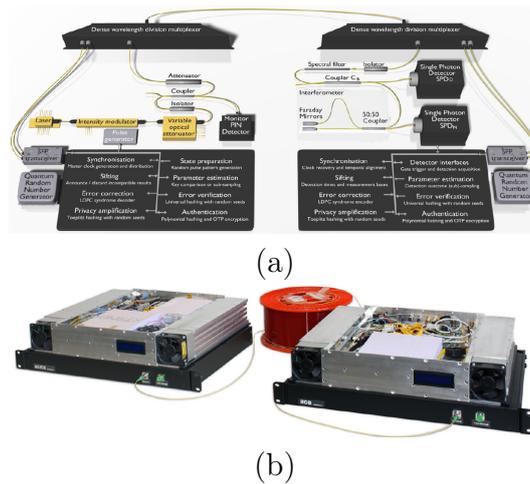
3.6.9. Discussion

Les quantons semblent donc se comporter comme des ondes lorsqu'on ne peut pas connaître le chemin qu'ils empruntent et se comporter comme des corpuscules lorsqu'il est possible de déterminer par quel chemin ils passent. Ce résultat étonnant a été confirmé par de nombreux tests expérimentaux.

Des expériences dites “à choix retardé”¹ ont montré que ce dispositif ne modifiait pas l'issue de l'expérience : on observe toujours une interférence à un photon qui est fonction du déphasage δ (se référer au paragraphe 3.5). Le photon qui est transmis par le premier miroir semi transparent ne peut donc pas “savoir” s'il doit être transmis ou réfléchi par le deuxième miroir semi transparent au moment où il le traverse. Cependant, même dans ce cas, on observe l'interférence.

Le *principe d'indiscernabilité* est donc un principe fondamental de la physique.

1. Dans ces montages, l'expérimentateur peut choisir d'ajouter ou non un chemin variable (voir figure 3.5.1) après que le photon ait passé le premier miroir semi transparent. De plus, le temps entre la mise en place du chemin variable et l'arrivée du photon sur le deuxième miroir semi transparent ne lui permet pas de recevoir une hypothétique information, à moins que cette information ne se déplace à une vitesse plus grande que la vitesse de la lumière – ce qui est évidemment exclu.



source : Walenta, N. ; Burg, A. ; Caselunghe, D. ; Constantin, J. ; Gisin, N. ; Guinnard, O. ; Houlmann, R. ; Junod, P. ; Korzh, B. ; Kulesza, N. ; Legré, M. ; Lim, C. W. ; Lunghi, T. ; Monat, L. ; Portmann, C. ; Soucarros, M. ; Thew, R. T. ; Trinkler, P. ; Trollet, G. ; Vannel, F. & Zbinden, H. A fast and versatile quantum key distribution system with hardware key *New Journal of Physics*, **2014**, 16, 013047

FIGURE 4.1.1. Schéma d’une application réelle de la cryptographie quantique et appareils produits par IDQantique

1. Albert crypte son message à l’aide d’une clé privée (nous verrons plus loin ce que cela veut dire),
2. le message rendu illisible est envoyé à Boris par l’intermédiaire d’un transporteur (câble électrique, internet, fax, ondes radio, poste, ...),
3. Boris reçoit le message et le décrypte grâce à la clé privée.

Imaginons que le message d’Albert soit simplement une suite de zéros et de uns, 0010010101 par exemple. Imaginons encore que sa clé privée soit 0110010101. En effectuant une opération appelée “ou exclusif” entre le message et la clé privée, on obtient le message crypté :

message : 0010010101
clé privée : 0110010101

Le ou exclusif (XOR) donne (voir tableau 4.1.1)

message crypté : 0100000000

XOR	0	1
0	0	1
1	1	0

TABLE 4.1.1. XOR (ou exclusif)

On notera que la clé privée doit être une suite de bits (0 ou 1) parfaitement aléatoire ayant exactement la même longueur que le message lui-même.

4.2 La distribution quantique de clés

Boris reçoit le message et le décrypte (en effectuant un second XOR) grâce à la clé privée :

message crypté : 0100000000
clé privée : 0110010101
message décrypté : 0010010101

Tout semble parfait ? Presque me direz vous : mais comment fait-on pour transmettre la clé privée ?

C'est effectivement le point faible de cette méthode puisqu'il faut obligatoirement se rencontrer pour échanger la clé privée avant de transmettre le message ! De plus, si un nombre conséquent de messages sont cryptés avec la même clé privée, il est aujourd'hui possible de la reconstituer à partir des messages eux-mêmes ! En fait, pour être sûr, il faut avoir une nouvelle clé privée pour chaque message envoyé. A quoi bon crypter un message si, avant de l'envoyer, Albert doit toujours rencontrer Boris pour lui donner sa clé privée ?

La physique quantique permet de résoudre ce problème de manière élégante : la clé privée peut être transmise via une fibre optique en utilisant les propriétés quantiques de la polarisation d'un photon ! Toute tentative d'interception de la clé privée par Erwin sera facilement mise en évidence par Albert et Boris. Il sauront même quelle partie de la clé à été interceptée !

Voyons maintenant comment réaliser ce petit miracle.

4.2. La distribution quantique de clés

L'échange quantique de la clé privée (en anglais, *Quantum Key Distribution* "QKD") fait appel à la physique de la polarisation que nous avons étudiée au paragraphe 2.2 page 40 . L'idée consiste à transmettre (et à recevoir) les "0" et les "1" sous forme de photons polarisés : un photon polarisé verticalement représentera un "1" et un photon polarisé horizontalement représentera un "0".

Imaginons qu'Albert crée une séquence aléatoire de "0" et de "1" comme clé privée et l'envoie en clair à Boris. Dans ce cas, il sera facile de transmettre notre message mais tout aussi facile de l'intercepter et le décrypter sans laisser de trace !

4.2.1. Le protocole BB84

La subtilité consiste à envoyer et recevoir l'information dans deux bases différentes suivant le protocole appelé "BB84"².

- La première base, que l'on nommera "+" consiste à utiliser un polariseur vertical ($|V\rangle$) pour transmettre les "1" et un polariseur horizontal ($|H\rangle$) pour transmettre les "0". Dans le cas de la réception, un analyseur déterminera si le photon incident est polarisé verticalement ou horizontalement³.

2. Le protocole à été développé par Charles Bennett et Gilles Brassard en 1984, d'où l'acronyme.

3. En réalité, un analyseur est composé d'un seul polariseur vertical couplé à un détecteur. Les photons polarisés verticalement (les "1") seront transmis, créant un signal au niveau du détecteur. On a donc "1" lorsque l'on détecte un photon et "0" lorsqu'on ne détecte rien.

- La deuxième base, que l'on nommera "x" consiste à utiliser un polariseur orienté à 45° $D = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle)$ pour transmettre les "1" et un polariseur à -45° $A = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - |V\rangle)$ pour transmettre les "0". On utilise les abréviations D pour "diagonal" et A pour "anti-diagonal".

Albert peut choisir la base "+" ou la base "x" pour chaque information qu'il envoie. De même, Boris peut choisir pour chaque information qu'il reçoit la base "+" ou la base "x". Au moment de l'envoi et de la réception ni Albert ni Boris ne connaît la base choisie par l'autre. En revanche, Albert note scrupuleusement le bit envoyé ("0" ou "1") ainsi que la base ("+" ou "x") et Boris fait de même pour le bit reçu ainsi que la base qu'il a utilisé.

A la fin de la transmission, Boris envoie "en clair" à Albert la liste des bases choisies pour chaque bit envoyé. La connaissance de cette liste permettra à Albert de dresser la liste des bits qui correspondent à coup sûr à ceux que Boris a reçus.

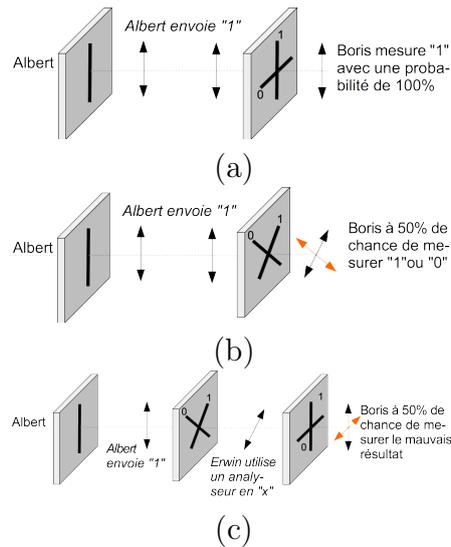
Albert renvoie à Boris la liste des configurations qui sont compatibles avec ses polarisations. Boris ne conserve que les bits de cette liste.

Albert envoie aussi "en clair" une partie de la liste de bits envoyé et qui devraient composer la clé (par exemple les 100 premiers si il en a transmis 1000).

- La figure 4.2.1 (a) montre que si Albert envoie un "1" ($|V\rangle$), respectivement un "0" ($|H\rangle$), dans la base "+", Boris a 100% de chance de mesurer un "1" ($|V\rangle$), respectivement un "0" ($|H\rangle$), si il utilise aussi la base "+". A la fin de la transmission, lorsque Albert reçoit de Boris l'information que le bit a été reçu dans la base "+", il est sûr que ce que Boris a mesuré correspond exactement à ce qu'il a envoyé car les polarisations $|V\rangle$ et $|H\rangle$ sont compatibles avec la base "+". Il indique donc à Boris de conserver ce bit et de l'ajouter à la clé privée.
- La figure 4.2.1 (b) montre que si Albert envoie un "1" ($|V\rangle$), respectivement un "0" ($|H\rangle$), dans la base "+", Boris a 50% de chance de mesurer un "1" ($|D\rangle$), respectivement un "0" ($|A\rangle$), si il utilise la base "x". A la fin de la transmission, lorsque Albert reçoit de Boris l'information que le bit a été reçu dans la base "x", il est conscient que ce que Boris a mesuré a une chance sur deux de correspondre à ce qu'il a envoyé car les polarisations $|V\rangle$ et $|H\rangle$ ne sont pas compatibles avec la base "x". Il indique donc à Boris de ne pas conserver ce bit.
- La figure 4.2.1 (c) montre que si Albert envoie un "1" ($|V\rangle$), respectivement un "0" ($|H\rangle$), dans la base "+" et qu'Erwin s'interpose avec un analyseur dans la base "x", Boris a 50% de chance de mesurer un "1" ($|V\rangle$), respectivement un "0" ($|H\rangle$), si il utilise la base "+". La liste des bases ainsi que la partie des bits envoyés permet de détecter si Erwin a tenté d'espionner : lorsque Albert reçoit de Boris l'information que le bit a été reçu dans la base "+", il suppose que le bit qu'il a mesuré correspond exactement à ce qu'Albert a envoyé. Il dit à Boris de conserver ce bit et de l'ajouter à la clé privée. Lorsque Boris reçoit la liste des 100 premiers bits envoyés par Albert, il commence par éliminer tous ceux pour lesquels il n'ont pas employé la même base. Imaginons qu'il en reste 50. Il compare alors les 50 premiers bits de sa clé privée aux 50 premiers bits reçus d'Albert. Si ils ne correspondent pas tous, c'est qu'Erwin a tenté d'intercepter la clé!

Par mesure de simplification, nous n'avons pas donné d'exemple dans lequel Albert utilise la base "x" car la transposition des trois situations ci-dessus est triviale.

4.2 La distribution quantique de clés



images inspirée de <http://swissquantum.idquantique.com/local/cache-vignettes/L600xH340/bb84-9d5c6.jpg>

FIGURE 4.2.1. Illustration du protocole BB84

Je vois que certains cerveaux s'agitent ! Pourquoi Erwin ne copie-t-il pas tout simplement le message d'Albert ? Ceci lui permettrait, ni vu ni connu, de transmettre le message à Boris tout en en conservant une copie pour l'analyser plus tard. Je demande à ceux qui se posent cette question de revoir le paragraphe 2.3.3 page 53 !

Après analyse et suppression des configurations qui ne sont pas compatibles, sans avoir jamais échangé en clair leurs résultats, Albert et Boris sont maintenant en possession d'une série de bits identiques. Albert l'utilisera pour crypter son message et Boris pour le décrypter !

Voici en détail (tableau 4.2.1) comment une clé pourrait être transmise sans espion :

Suite de bits	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0
Polarisation Albert	H	V	D	H	A	D	H	V	H	V	D	A	H
Configurations de Boris	x	+	+	x	x	+	x	+	x	+	+	x	+
Résultats de Boris	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0
Bits retenus		1			0	1		1		1		0	0
Albert envoie quelques bits		1				1						0	
Clé de cryptage					0			1		1			0

TABLE 4.2.1. Détail de la transmission d'une clé.

On remarque que l'on perd statistiquement 50% des bits transmis, sans compter la partie des bits retenus et envoyé en clair pour vérification. Il faut donc qu'Albert transmette une grande quantité de bits à Boris pour qu'ils puissent fabriquer une clé privée. Il est donc difficile d'envoyer une clé prédéfinie (comme celle que l'on a utilisée dans l'exemple). En pratique, on envoie des bits au hasard et on en choisit un sous-ensemble pour faire la clé privée.

4.2.2. Erwin démasqué

On peut facilement calculer la probabilité qu'Erwin soit découvert (ou plutôt le taux d'erreur lorsqu'Erwin tente d'écouter). Le tableau 4.2.2 présente les huit cas possibles lorsqu'Erwin envoie un "1" :

Bit envoyé	1	1	1	1	1	1	1	1
Base d'Albert	+	+	+	+	x	x	x	x
Base d'Erwin	+	+	x	x	+	+	x	x
Base de Boris	+	x	+	x	+	x	+	x
Résultats de Boris	1	1 ou 0	1					
Bits retenus	1		1 ou 0			1 ou 0		1

TABLE 4.2.2. L'écoute démasquée

Sur les huit configurations possibles, seules quatre sont compatibles (Boris à mesuré la polarisation dans la même base qu'Albert). Chaque configuration à donc une probabilité de $\frac{1}{8}$ de se produire. Dans les cas $+++$ et xxx , on est sûr d'obtenir "1". Dans les cas $+x+$ et $x+x$ on a une probabilité de $\frac{1}{2}$ d'obtenir "1" et la même probabilité d'obtenir "0". La probabilité d'obtenir "0" alors que l'on est sûr de mesurer "1" est donc $\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} = 12.5\%$. Lorsqu'Erwin tente d'intercepter le message d'Albert, il génère un taux d'erreur de 12.5%.

Ceci peut être visualisé sous forme d'un arbre de probabilité (figure 4.2.2). Dans ce schéma on observe que les quatre cas en rouge ne donnent pas la bonne probabilité ($A + ExB + 1$, $A + ExB + 0$, $AxE + Bx1$ et $AxE + Bx0$). Cependant, seuls ceux qui donnent 0 sont détectables. D'où la probabilité de 12.5%.

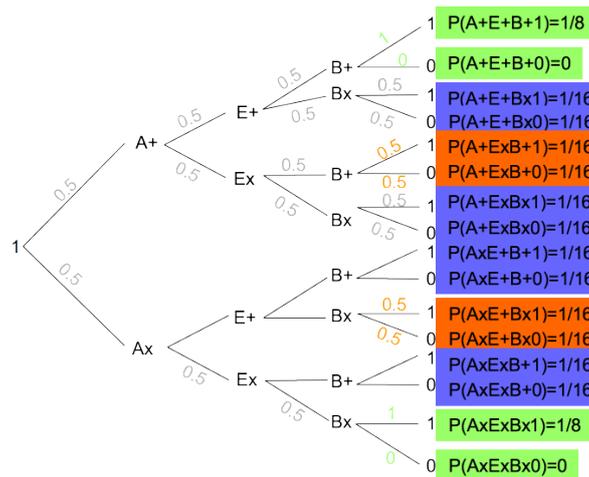


FIGURE 4.2.2. arbre de probabilité du protocole BB84

La question de savoir ce qu'Erwin peut intercepter à coup sûr fera l'objet d'un exercice mais n'est pas cruciale : lorsque Boris constate que la ligne est écoutée, il demande à Albert de faire une nouvelle tentative d'envoi de la clé.

Dans le monde réel, la détection de la polarisation d'un photon unique n'est pas facile. Des erreurs de transmission et de détection entachent le processus. Ces erreurs de transmission et de détection son indifférentiables d'une tentative d'écoute. On décide donc d'un taux d'erreur acceptable (autour des 2.5%) ce qui assure que personne ne pourra intercepter plus de 5% de la clé privée.

4.2.3. En conclusion

La validité du protocole BB84 se fonde sur le principe de Heisenberg. Erwin ne peut pas mesurer la polarisation de chaque bit quantique selon l'axe "x" et l'axe "+" en même temps.

4.2 La distribution quantique de clés

De plus, le théorème de non-clonage assure qu'Erwin ne peut pas faire une copie de la suite de bits pour l'analyser avec la bonne configuration après coup (une fois que Boris aura transmis la liste des bases qu'il a choisies à Albert).

Enfin, même s'il est impossible d'espionner sans être découvert, il peut être difficile de trouver où se trouve l'espion pour l'arrêter !

Chapitre 5

L'article EPR et le théorème de Bell

5.1. Introduction

Comme nous en avons déjà parlé dans l'introduction historique, le problème de l'interprétation du formalisme quantique, et en particulier de son caractère intrinsèquement probabiliste, a été à l'origine de très longues et acharnées discussions entre Bohr et Einstein à partir des années 1920 jusqu'à la disparition de ces deux exceptionnels savants au début des années 1950. La physique quantique était d'ailleurs largement acceptée par la plupart des physiciens et largement utilisée pour expliquer de nombreux phénomènes. Pourtant Einstein, et dans une certaine mesure Schrödinger, restaient profondément dérangés et troublés par cet aspect intrinsèquement probabiliste du formalisme à la différence de Bohr qui lui en avait fait la clef de voûte de l'interprétation de la nouvelle théorie connue sous le nom « d'interprétation de Copenhague ».

5.2. L'interprétation de Copenhague

L'interprétation dite de Copenhague, due à Heisenberg et à Bohr en 1927, peut être sommairement résumée ainsi : La réalité quantique est de nature intrinsèquement statistique et non pas certaine. L'univers microscopique étudié par la physique quantique ne nous est connu que sous forme de distributions statistiques de mesures. Pour l'interprétation de Copenhague se pencher sur des propriétés physiques d'un objet quantique sans spécifier très précisément le dispositif expérimental grâce auquel nous souhaitons le mesurer n'a aucun sens. La réalité quantique est en partie une réalité créée par l'observateur lui-même. Aucun phénomène ne peut être considéré comme réel tant qu'il n'a pas été observé. La théorie quantique indique que la structure du monde physique dépend de l'observation qui en est faite. En résumé, l'interprétation de Copenhague de la théorie quantique rejette le déterminisme cher à Einstein pour lui préférer la nature statistique de la réalité ; de plus, elle rejette l'objectivité et soutient que la réalité matérielle dépend en partie de la façon dont nous choisissons de l'observer.

Einstein consacra beaucoup de temps à réfléchir aux étranges conséquences des théories quantiques qu'il avait lui-même contribué à enfanter. Alors que la plupart des jeunes physiciens de son époque s'employaient à calculer à l'aide des nouvelles formules de la physique quantique, Einstein se concentrait à en tester les fondements. En particulier, il fut un des seuls à comprendre que, sous certaines circonstances, la physique quantique violait le principe de localité ainsi que celui de réalité, ce qu'il ne pouvait déceimment tolérer.

5.3. Localité et Réalité

On appelle violation de la localité le fait que des événements et des changements arbitraires ayant lieu dans une région puissent être fortement corrélés à des événements et des changements ayant lieu dans une autre région à peu près au même moment, alors que ces lieux sont très éloignés les uns des autres. En fait, suffisamment éloignés dans l'espace pour qu'un signal se déplaçant à la vitesse de la lumière ne puisse relier les deux événements pendant l'intervalle de temps à disposition.

La réalité est l'ensemble des phénomènes considérés comme existant effectivement. On appelle réalité le fait que, si un événement peut être décrit par certains paramètres, ces paramètres ne changent pas si l'événement est isolé. Les propriétés d'un système ne peuvent changer que par interaction avec un autre système.

Einstein fut donc un des tout premiers à percevoir et réaliser la présence de certaines propriétés non réelles et non locales de la physique quantique et à s'interroger sur ce sujet. Il reconnaissait que la physique quantique fournissait les réponses correctes lorsqu'elle est confrontée aux résultats expérimentaux à l'échelle atomique, il pensait donc que la solution n'était pas de rejeter la physique quantique, mais de supposer qu'elle était peut-être incomplète et qu'elle nécessitait donc de certains ajouts judicieux. Là où la physique quantique semblait avoir les prédictions les plus bizarres, et donc là, où selon Einstein, elle était la plus vulnérable, c'était dans l'étude des corrélations entre particules éloignées pour lesquelles Erwin Schrödinger avait introduit le mot d'« intrication » (traduit de l'allemand *Einschränkung*) en 1935. Schrödinger était persuadé que ce phénomène d'intrication était la chose la plus étrange de la physique quantique ; c'est là qu'Einstein essaya de frapper dans le fameux « article EPR » qu'il publia avec Podolsky et Rosen.

5.4. L'article EPR

L'intrication est une propriété quantique suivant laquelle dans un système composé de deux ou plusieurs objets l'état des deux objets ne peut s'écrire que globalement, sans pouvoir séparer un objet de l'autre, bien qu'ils soient parfois séparés par de très grandes distances. Nous verrons plus en détails dans la suite de ce chapitre en quoi consiste l'intrication.

L'article EPR portait sur les vecteurs position et quantité de mouvement de deux particules identiques, émises par une particule au repos. En 1950, David Bohm donna une nouvelle description plus pratique et succincte du même problème en recourant au spin de deux particules émises par une particule de spin zéro (le spin est le moment angulaire intrinsèque de la particule). La simplification provient du fait que les mesures des vecteurs position et quantité de mouvement font appel à des valeurs continues alors que la mesure du spin peut être exprimé en valeurs discrète et d'ailleurs peu nombreuses, pour un électron les résultats sont plus ou moins une demi et pour le photon plus ou moins 1.

En 1935 Einstein écrivit donc le célèbre article « EPR » (Einstein, Podolsky, et Rosen) dont l'essentiel de la question est contenue dans le titre : « La description quantique de la réalité physique peut-elle être considérée comme complète ? ».

Dans l'article EPR, Einstein et ses collaborateurs s'appuient sur les prédictions quantiques pour conclure que le formalisme de la physique quantique n'est pas complet, qu'il ne

5.5 Une Bell idée

MAY 15, 1935 PHYSICAL REVIEW VOLUME 47

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?
A. EINSTEIN, B. PODOLSKY AND N. ROSEN, *Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey*
(Received March 25, 1935)

In a complete theory there is an element corresponding to each element of reality. A sufficient condition for the reality of a physical quantity is the possibility of predicting it with certainty, without disturbing the system. In quantum mechanics in the case of two physical quantities described by non-commuting operators, the knowledge of one precludes the knowledge of the other. Then either (1) the description of reality given by the wave function in

quantum mechanics is not complete or (2) these two quantities cannot have simultaneous reality. Consideration of the problem of making predictions concerning a system on the basis of measurements made on another system that had previously interacted with it leads to the result that if (1) is false then (2) is also false. One is thus led to conclude that the description of reality as given by a wave function is not complete.

1.
ANY serious consideration of a physical theory must take into account the distinction between the objective reality, which is independent of any theory, and the physical concepts with which the theory operates. These concepts are intended to correspond with the objective reality, and by means of these concepts we picture this reality to ourselves.

In attempting to judge the success of a physical theory, we may ask ourselves two questions: (1) "Is the theory correct?" and (2) "Is the description given by the theory complete?" It is only in the case in which positive answers may be given to both of these questions, that the concepts of the theory may be said to be satisfactory. The correctness of the theory is judged by the degree of agreement between the conclusions of the theory and human experience. This experience, which alone enables us to make inferences about reality, in physics takes the form of experiment and measurement. It is the second question that we wish to consider here, as applied to quantum mechanics.

Whatever the meaning assigned to the term *complete*, the following requirement for a complete theory seems to be a necessary one: *every element of the physical reality must have a counterpart in the physical theory*. We shall call this the condition of completeness. The second question is thus easily answered, as soon as we are able to decide what are the elements of the physical reality.

The elements of the physical reality cannot be determined by *a priori* philosophical considerations, but must be found by an appeal to results of experiments and measurements. A comprehensive definition of reality is, however, unnecessary for our purpose. We shall be satisfied with the following criterion, which we regard as reasonable. *If, without in any way disturbing a system, we can predict with certainty (i.e., with probability equal to unity) the value of a physical quantity, then there exists an element of physical reality corresponding to this physical quantity*. It seems to us that this criterion, while far from exhausting all possible ways of recognizing a physical reality, at least provides us with one

FIGURE 5.4.1. Extrait de l'article original d'Einstein, Podolsky et Rosen.

rend pas compte de la totalité de la réalité physique, et qu'il faut donc s'attacher à le compléter. Attention, nous le répétons, il ne s'agit pas de contester la validité du formalisme de la physique quantique, mais bien plutôt d'introduire un niveau supplémentaire de description, plus détaillé, dans lequel chaque particule de la paire EPR aurait des propriétés bien définies non prises en compte par le formalisme quantique, c'est ce que l'on appelle les "variables cachées". Niels Bohr fut bouleversé par cet argument EPR qui s'appuie sur le formalisme quantique lui-même pour en affirmer l'incomplétude, pour lui, si cet argument était accepté, compléter le formalisme quantique ne serait pas suffisant, c'était tout l'édifice patiemment construit par l'école de "Copenhague" qui s'effondrait. C'est pourquoi il réfuta énergiquement l'argument, affirmant que dans un état intriqué on ne peut parler des propriétés individuelles de chaque particule. On pourrait penser que cette controverse entre deux des plus grands physiciens du XXème siècle eut un immense écho dans la communauté scientifique. En fait, lors de la publication de l'article EPR en 1935, la physique quantique cumulait les succès et la plupart des physiciens ignorèrent totalement ce débat qui leur paraissait purement académique : il semblait que l'adhésion à la position d'Einstein ou à celle de Bohr fût plutôt une affaire de goût personnel (ou de position épistémologique) sans aucune conséquence pratique et expérimentale sur la mise en œuvre du formalisme quantique, ce qu'Einstein lui-même ne semblait nullement contester.

5.5. Une Bell idée

Il fallut attendre une bonne trentaine d'années pour voir un timide réveil de l'intérêt pour ce débat, avec la parution, en 1964, d'un court article d'un physicien théoricien, John Bell, travaillant à l'époque au CERN, qui allait modifier radicalement la situation. En quelques lignes de calcul relativement simple, Bell montre que si l'on prend au sérieux l'argument EPR, et qu'on introduit explicitement des variables supplémentaires, les fameuses variables cachées, pour comprendre les corrélations fortes entre les deux particules, alors on aboutit à une contradiction avec les prédictions quantiques. Le théorème de Bell fait donc passer le débat entre Bohr et Einstein du domaine de l'épistémologie (l'interprétation des théories physiques) à celui de la physique expérimentale. C'est une sacrée avancée : il devient en effet

possible de trancher le débat en mesurant des corrélations entre particules et en observant si elles violent les inégalités de Bell conformément aux prédictions quantiques, ou si au contraire elles satisfont à ces inégalités qui découlent de la position d'Einstein. L'importance du théorème de Bell (l'incompatibilité entre la physique quantique et toute tentative de la compléter avec des variables cachées dans l'esprit défendu par Einstein) n'a été reconnue que progressivement.

En 1969, dans un article J. Clauser, M. Horne, A. Shimony et R. Holt proposent d'utiliser des paires de photons intriqués en polarisation obtenus dans certains types de cascades radiatives atomiques. Cette proposition va encourager et déclencher plusieurs expériences au début des années 1970. Mais les moyens technologiques de l'époque sont trop limités et les premières expériences, encore trop éloignées du schéma idéal, donnent dans un premier temps des résultats malheureusement contradictoires – avec cependant une petite tendance en faveur de la physique quantique. Grâce aux prodigieux progrès des lasers, il devient possible à la fin des années 1970 de mettre au point des sources de paires de photons intriqués en polarisation aux performances sans commune mesure avec les précédentes. Cela va permettre de conclure sans ambiguïté à la violation des inégalités de Bell, et ceci dans des expériences de plus en plus proche de l'expérience de pensée idéale, la «GedankenExperiment» chère à Einstein.



image tirée de :

http://fr.wikipedia.org/wiki/John_Stewart_Bell#mediaviewer/Fichier:John_Stewart_Bell_%28physicist%29.jpg

FIGURE 5.5.1. John Stewart Bell

De plus en plus de physiciens réalisent alors le caractère extraordinaire de ce phénomène qu'est l'intrication, mis en évidence par la violation des inégalités de Bell. On va alors développer une troisième génération de sources de paires de photons intriqués, basées sur des effets d'optique, non plus dans des atomes, mais dans des cristaux anisotropes. Ceci permet une plus grande maîtrise de la direction d'émission des photons intriqués, ce qui permet d'injecter les deux membres de chaque paire dans deux fibres optiques dirigées vers des directions opposées. On a ainsi pu réaliser des expériences avec des distances entre source et détecteur de plusieurs centaines de mètres, voire des dizaines de kilomètres comme dans une expérience effectuée à Genève qui utilise le réseau commercial de fibres optiques des PTT. Toutes ces expériences, sans exceptions, ont confirmé la violation des inégalités de Bell, et permis de souligner les propriétés extraordinaires de l'intrication. C'est alors qu'a émergé une nouvelle idée : utiliser l'intrication pour transmettre et traiter l'information. C'est entre autres le domaine tout nouveau de l'information quantique pour lequel l'intrication est devenue une ressource pleine de promesses à la disposition des chercheurs.

Quelles conclusions tirer de la violation des inégalités de Bell ? Tout d'abord nous devons désormais accepter l'idée qu'un système intriqué ne peut pas se concevoir comme formé

5.6 Démonstration du théorème de Bell

de sous-systèmes séparés, dont les propriétés physiques seraient définies purement localement et ne sauraient s'influencer mutuellement lorsque les systèmes sont séparés par des distances empêchant toute communication. Cette notion de « séparabilité » semblait pourtant tellement fondamentale aux yeux d'Einstein qu'il en avait fait la pierre angulaire de sa démonstration de la nécessité de compléter la physique quantique. Il disait : « On peut échapper à cette conclusion que la physique quantique est incomplète seulement en acceptant que la mesure du système 1 change la situation réelle système 2 (par « télépathie ») ou en niant l'indépendance des situations réelles de tels objets, spatialement séparés l'un de l'autre. Les deux termes de l'alternative me semblent également inacceptables ». Aujourd'hui, avec la violation des inégalités de Bell, nous ne pouvons plus rejeter cette alternative, et il nous faut renoncer à la vision « réaliste locale » du monde que défendait Einstein. Pour nous, la non localité de la physique quantique souvent présentée comme la conclusion à tirer de la violation des inégalités de Bell correspond à une négation en bloc de la vision réaliste locale du monde : les photons intriqués jumeaux ne sont pas deux systèmes distincts portant deux copies identiques d'un même ensemble de paramètres. Une paire de photons intriqués doit être considérée comme un système unique, inséparable, décrit par un état quantique global, impossible à décomposer en deux états relatifs à chacun des deux photons : les propriétés de la paire ne se résument pas à la réunion des propriétés des deux photons.

5.6. Démonstration du théorème de Bell

Passons à présent à une approche plus mathématique. Ne soyez pas effrayés par les formules, si vous maîtrisez un peu l'algèbre linéaire et les probabilités le tour est joué !

Avant d'aborder la démonstration du théorème de Bell il est souhaitable de voir ou revoir deux notions très importantes pour comprendre les calculs qui vont venir.

Il s'agit de la notion de probabilité en physique quantique (la « règle de Born ») et la notion d'intrication (« entanglement » en anglais).

5.6.1. La règle de Born

Nous allons aborder la première en prenant un des exemples les plus simple de calcul de probabilité quantique, celui que l'on rencontre dans le phénomène de polarisation d'un photon.

5.6.1.1. Rappel de probabilités et de notation

Mais avant toute chose, rappelons ce qu'est une probabilité. Dans notre vie quotidienne nous pouvons rencontrer de nombreux événements aléatoires, comme par exemple lorsque nous jouons à pile ou face avec une pièce de monnaie ou lorsque nous lançons un dé. Les résultats de tels jeux sont imprévisibles à courte échéance, néanmoins ces événements peuvent avoir un comportement prévisible à long terme. Dans le cas du lancer d'une pièce de monnaie, nous remarquons qu'au bout d'un très grand nombre d'essais, la moitié des lancers donne pile et l'autre moitié donne face.

La *probabilité* est le quotient du nombre de fois qu'un certain événement se produit (par exemple face) par rapport au nombre d'essais. Mathématiquement on définit la probabilité d'un événement A comme $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

où $n(A)$ est le nombre de fois que l'évènement A se produit et $n(S)$ est le total du nombre d'évènements. La probabilité $P(A)$ de n'importe quel évènement A satisfait toujours la relation $0 \leq P(A) \leq 1$. Par définition, si $P(A) = 1$, alors l'évènement A est sûr de se produire et si $P(A)=0$ l'évènement A est sûr de ne pas se produire.

Passons à présent à la physique quantique.

Comme nous l'avons déjà vu dans l'introduction, durant le développement de la physique moderne, Afin d'expliquer l'effet photoélectrique (explication qui lui a valu le prix Nobel), au lieu de prendre une approche ondulatoire Einstein a postulé que la lumière est composée de particules appelées photons.

Le développement de la physique quantique a ensuite clarifié cette notion de photon.

Dans un faisceau de lumière polarisée chaque photon doit avoir la même polarisation. En effet, si un polariseur est correctement orienté, la totalité du faisceau peut être transmis, c'est à dire tous les photons sont transmis.

Lorsque au lieu de s'intéresser à un faisceau composé de très grand nombre de photons on se concentre sur le comportement d'un seul photon, une notation différente est utilisée.

Pour un faisceau de polarisation $\cos(\alpha)\widehat{e}_H + \sin(\alpha)\widehat{e}_V$ l'état de polarisation de chaque photon s'écrit

$$\cos(\alpha)|H\rangle + \sin(\alpha)|V\rangle$$

Cette notation est appelée *notation de Dirac* et nous allons l'étudier d'un peu plus près car nous allons l'utiliser dans la suite de ce chapitre.

Utilisation de la notation de Dirac :

Comme objet mathématique les $|\dots\rangle$ que l'on appelle "ket" sont des vecteurs avec des propriétés très similaires à celle des vecteurs unitaires \widehat{e} utilisés pour les champs.

Les vecteurs que nous utilisons en physique quantique ont en effet des propriétés similaires aux vecteurs géométriques que l'on étudie dans les cours de mathématiques. La grande différence réside dans la notation : au lieu d'utiliser la notation habituelle \vec{v} , en physique quantique nous utilisons la notation de Dirac, $|v\rangle$. Nous écrivons aussi le produit scalaire $\langle v_1|v_2\rangle$ au lieu de $\vec{v}_1\vec{v}_2$. Les vecteurs peuvent être exprimés comme la combinaison linéaire d'autres vecteurs, ce qui est habituellement fait avec des vecteurs unitaires qui forment une base. Par exemple :

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Dans la notation de Dirac,

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

s'écrit $|v\rangle$ et $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ s'écrivent $|e_1\rangle$ et $|e_2\rangle$ respectivement. Ainsi l'équation ci-dessus peut s'écrire

$$|v\rangle = a|e_1\rangle + b|e_2\rangle$$

5.6 Démonstration du théorème de Bell

Remarquons que la valeur a est le résultat du produit scalaire de $|v\rangle$ et de $|e_1\rangle$ que l'on peut noter $\langle e_1|v\rangle$. De même, $b = \langle e_2|v\rangle$ ou le vecteur $\langle e_1|$ est appelé vecteur "bra". Les vecteurs $|e_1\rangle$ et $|e_2\rangle$ forment donc une base orthonormale, ce qui signifie qu'ils satisfont les conditions suivantes $\langle e_1|e_1\rangle = 1$, $\langle e_2|e_2\rangle = 1$ et $\langle e_1|e_2\rangle = 0$. Géométriquement $|e_1\rangle$ et $|e_2\rangle$ sont orthogonaux l'un à l'autre et normalisés à 1.

Revenons à notre photon polarisé, nous pouvons écrire :

$$|H\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

et

$$|V\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ainsi :

$$|\alpha\rangle = \cos(\alpha)|H\rangle + \sin(\alpha)|V\rangle \equiv \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

Le coefficient $\cos(\alpha)$ est, comme dans l'algèbre vectorielle usuelle, le produit scalaire de $|\alpha\rangle$ et de $|H\rangle$. Nous écrivons le produit scalaire sous cette forme :

$$\langle \alpha|H\rangle = \cos(\alpha)$$

de même

$$\langle \alpha|V\rangle = \sin(\alpha)$$

En particulier par construction : $\langle H|H\rangle = 1$, $\langle V|V\rangle = 1$, $\langle H|V\rangle = 0$

Ce qui revient à dire que $|H\rangle, |V\rangle$ forment une base.

Comme nous l'avons discuté plus tôt dans ce cours, nous savons que pour un faisceau la quantité $\cos^2 \alpha$ représente la fraction de l'intensité du faisceau qui est transmise par un polariseur. Mais que signifie cette valeur pour un seul photon ? Le photon est une particule indivisible : quand il arrive au niveau du filtre, soit il passe soit il ne passe pas. Sachant cela, $\cos^2 \alpha$ représente la probabilité que le photon soit transmis. Ainsi nous pouvons affirmer que la probabilité pour qu'un photon passe à travers un polariseur horizontal ou vertical, en sachant que son angle initial de polarisation est α , est donné par :

$$\begin{aligned} P(\text{de trouver } H \text{ en ayant } \alpha) &= P(H|\alpha) = \cos^2(\alpha) = \|\langle H|\alpha\rangle\|^2 \\ P(\text{de trouver } V \text{ en ayant } \alpha) &= P(V|\alpha) = \sin^2(\alpha) = \|\langle V|\alpha\rangle\|^2 \end{aligned}$$

La somme de ces deux valeurs donne effectivement 1 comme il se doit pour des probabilités. Cette règle reste valide pour deux états d'orientations arbitraires ψ_1 et ψ_2 :

$$P(\text{de trouver } \psi_1 \text{ en ayant } \psi_2) = P(\psi_1|\psi_2) = \|\langle \psi_1|\psi_2\rangle\|^2$$

Cette dernière équation est appelée *la règle de probabilité de Born*.

Il est important ici de noter que $|\alpha\rangle = \cos(\alpha)|H\rangle + \sin(\alpha)|V\rangle$ ne signifie pas que certains photons sont polarisés comme $|H\rangle$ et d'autres comme $|V\rangle$. Mais cela décrit plutôt un nouvel état de polarisation où tous les photons sont polarisés comme $|\alpha\rangle$, mais quand ils sont mesurés dans une base H/V, ils ont les probabilités $\cos^2 \alpha$ et $\sin^2 \alpha$ d'être transmis.

5.6.1.2. Exemples

Abordons deux petits exemples pour nous approprier cette nouvelle notion :

Premièrement nous allons prouver que la famille de vecteurs $\{|\alpha\rangle, |\alpha^\perp\rangle\}$ où :

$$|\alpha\rangle = \cos(\alpha) |H\rangle + \sin(\alpha) |V\rangle$$

et

$$|\alpha^\perp\rangle = \sin(\alpha) |H\rangle - \cos(\alpha) |V\rangle$$

est une base pour toute valeur de α .

En effet nous avons bien

$$\langle\alpha|\alpha\rangle = \cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$$

De même nous avons

$$\langle\alpha^\perp|\alpha^\perp\rangle = \cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$$

et enfin

$$\langle\alpha|\alpha^\perp\rangle = \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha) = 0$$

Prenons à présent un autre vecteur

$$|\beta\rangle = \cos(\beta) |H\rangle + \sin(\beta) |V\rangle$$

et calculons les probabilités $P(\alpha|\beta)$ et $P(\alpha^\perp|\beta)$.

Nous obtenons :

$$P(\alpha|\beta) = \|\langle\alpha|\beta\rangle\|^2 = \|\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)\|^2 = \cos^2(\alpha - \beta)$$

et

$$P(\alpha^\perp|\beta) = \|\langle\alpha^\perp|\beta\rangle\|^2 = \|\sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)\|^2 = \sin^2(\alpha - \beta)$$

.

Nous voyons donc que les probabilités ne dépendent que de la différence entre les angles α et β et non pas de leurs valeurs individuelles.

En général, lorsque de la lumière polarisée avec un angle α par rapport à l'horizontale passe à travers un polariseur d'angle β par rapport à l'horizontale, le paramètre pour déterminer la probabilité de transmission est $\alpha - \beta$ et on obtient :

$$P(T) = \cos^2(\alpha - \beta)$$

5.6 Démonstration du théorème de Bell

et

$$P(R) = \sin^2(\alpha - \beta)$$

Petite discussion sur la probabilité pour des photons individuels Regardons un peu plus en détails la signification de la probabilité lorsqu'on effectue des mesures sur des photons individuels. Considérons des photons avec l'état de polarisation $|\alpha\rangle = \cos(\alpha)|H\rangle + \sin(\alpha)|V\rangle$, se déplaçant vers un polariseur orienté horizontalement. Regardons tout d'abord les prédictions pour cette expérience. En nous basant sur les raisonnements précédents nous pouvons déterminer les intensités transmises et réfléchies : $P(T) = \cos^2(\alpha - \beta)$ et $P(R) = \sin^2(\alpha - \beta)$.

En d'autres termes, nous pouvons prévoir la probabilité statistique du comportement d'un large nombre de photons, d'un faisceau de lumière.

Considérons à présent chaque photon individuellement. chaque photon est polarisé selon $|\alpha\rangle$ et tous les photons sont identiques. quand un photon rencontre le polariseur, que va-t-il se passer ? Le photon va-t-il être transmis ou va-t-il être réfléchi ? Et qu'advient-il du photon suivant ?

Le réponse est : on ne le sait pas ! Même si nous connaissons le comportement statistique d'un très grand nombre de photons, nous ne pouvons pas prévoir le comportement individuel de chacun des photons. Frustrés de ne pas avoir la réponse, nous pourrions alors nous poser la question suivante : se pourrait-il qu'il y ait dans chaque photon un mécanisme caché qui déterminerait le fait si oui ou non il est transmis lorsqu'il arrive au niveau de polariseur ? La réponse est à nouveau : non ! Cela a été prouvé expérimentalement : il n'y a pas un tel mécanisme. En fait, nous ne pouvons pas prédire le comportement de chaque photon individuel parce que l'information n'est même pas là avant qu'on tente une quelconque mesure !

Notre prochaine question est : pourquoi ne peut-on rien prévoir ? Cela signifie-t-il que la nature est aléatoire ? Eh bien, cela peut paraître surprenant de prime abord, mais la réponse est oui ! Cet aspect aléatoire est une propriété intrinsèque de la physique quantique. Pour mieux appréhender cette affirmation, nous pouvons comparer cette situation à une expérience quotidienne qui est le lancer d'une pièce de monnaie ou le lancer d'un dé. Dans ces derniers cas, il est très difficile si ce n'est impossible, de prévoir les issues des lancers, mais il ne s'agit pas, dans ces cas, d'un aléatoire intrinsèque, car les informations qui nous permettraient d'essayer de prévoir les résultats (angle de tirs, force du tir, etc) ne nous sont pas connues mais pourraient l'être. L'aléatoire dans les phénomènes quantiques est très différent. On pourrait mesurer la vitesse, la polarisation ou n'importe quel autre paramètre du photon sans pour autant pouvoir dire quoi que ce soit sur son passage ou non à travers le polariseur. L'information n'est tout simplement pas là.

5.6.2. Revenons à l'intrication

Précédemment, dans le cas d'un seul photon, nous avons été capables de relier les résultats statistiques de leur comportement aléatoire à l'intensité d'un faisceau de lumière transmis à travers un polariseur. Nous allons voir à présent que *deux photons* peuvent avoir des propriétés purement quantiques qui n'ont pas d'analogue en mécanique classique.

Afin de mieux apprécier et comprendre ce qui va suivre, observons d'abord ce qu'est un système composé en physique classique. Un système physique est composé s'il peut être perçu

comme constitué de deux ou plusieurs sous-systèmes. Par exemple la Terre et la Lune. En négligeant son extension spatiale, en la considérant comme un point matériel, les propriétés physiques de la Terre peuvent être concentrées dans la connaissance de sa position et de sa vitesse (\vec{r}_T, \vec{v}_T) ; de même pour la Lune avec les vecteurs (\vec{r}_L, \vec{v}_L) . Les propriétés du système composite (Terre-Lune) peuvent être obtenues à partir de la famille de vecteurs $(\vec{r}_T, \vec{v}_T, \vec{r}_L, \vec{v}_L)$. Le fait que la Terre et la Lune interagissent signifie que l'évolution en fonction du temps de chaque paramètre dépend des valeurs de tous les autres. Néanmoins, à chaque instant, la Terre a une position et une vitesse bien définies, de même pour la Lune. Cette dernière remarque peut sembler évidente, et en effet elle l'est en mécanique classique. Mais dans le domaine de la physique quantique ce n'est pas toujours le cas : les propriétés individuelles de chaque sous système d'un système composé peuvent ne pas être bien définies.

5.6.2.1. Un système à deux photons

Considérons par exemple un système composé de deux photons. Les deux photons pourraient être polarisés horizontalement, ou le premier pourrait être polarisé horizontalement et le deuxième verticalement ou l'inverse ou encore les deux verticalement. Toutes ces situations sont décrites par les états suivants :

$$|H\rangle \otimes |H\rangle, |V\rangle \otimes |H\rangle, |H\rangle \otimes |V\rangle \text{ et } |V\rangle \otimes |H\rangle$$

respectivement. Le symbole \otimes est la multiplication entre vecteurs connue comme produit tensoriel et définie comme suit : Soit

$$|H\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } |V\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

alors

$$|H\rangle \otimes |H\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

et en utilisant la même technique nous obtenons :

$$|H\rangle \otimes |V\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|V\rangle \otimes |H\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|V\rangle \otimes |V\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

5.6 Démonstration du théorème de Bell

Remarquons que ce produit n'est pas commutatif, c'est-à-dire que par exemple $|V\rangle \otimes |H\rangle \neq |H\rangle \otimes |V\rangle$. Ceci est évident si on tient compte de la signification physique de ces notations : "le premier photon est H et le second est V" n'est assurément pas la même chose que "le premier photon est V et le second est H". À part cela le produit tensoriel a toutes les propriétés usuelles de la multiplication.

Pour simplifier notre notation nous allons désormais écrire par convention $|H, H\rangle$ ou encore $|HH\rangle$ au lieu de $|H\rangle \otimes |H\rangle$.

Dans le paragraphe précédent sur la règle de probabilité de Born, nous avons vu que l'expression générale pour l'état de polarisation linéaire d'un photon unique est donnée par $|\alpha\rangle = \cos(\alpha)|H\rangle + \sin(\alpha)|V\rangle$ et chaque α définit un état valide.

De même, dans le cas de deux photons, l'expression la plus générale d'un état prend la forme suivante :

$$|\psi\rangle = a|HH\rangle + b|HV\rangle + c|VH\rangle + d|VV\rangle$$

Afin de maintenir l'interprétation des coefficients $|a|^2, |b|^2, |c|^2$ et $|d|^2$ comme étant des probabilités, nous imposons la *condition de normalisation* $|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 = 1$.

Inversement n'importe quel choix de coefficients $\{a, b, c, d\}$ qui respecte la condition de normalisation représente un état valide.

Voyons quelques exemples. Nous commençons par

$$c|HH\rangle + s|HV\rangle = |H\rangle(c|H\rangle + s|V\rangle)$$

où $c = \cos(\alpha)$ et $s = \sin(\alpha)$.

Cet état représente la situation dans laquelle le premier photon a une polarisation $|H\rangle$ tandis que le second photon a une polarisation $|\alpha\rangle = c|H\rangle + s|V\rangle$.

Intéressons-nous à présent à un autre état :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle + |VV\rangle)$$

Intuitivement, cela devrait correspondre à un état où chaque photon aurait une polarisation individuelle bien définie :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle + |VV\rangle) \stackrel{?}{=} (c_\alpha|H\rangle + s_\alpha|V\rangle) \otimes (c_\beta|H\rangle + s_\beta|V\rangle)$$

où $c_\alpha = \cos(\alpha)$, $s_\alpha = \sin(\alpha)$, $c_\beta = \cos(\beta)$ et $s_\beta = \sin(\beta)$.

En développant le produit on obtient

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle + |VV\rangle) \stackrel{?}{=} c_\alpha c_\beta |HH\rangle + c_\alpha s_\beta |HV\rangle + s_\alpha c_\beta |VH\rangle + s_\alpha s_\beta |VV\rangle$$

Pour satisfaire cette égalité nous devons avoir

$$c_\alpha c_\beta = s_\alpha s_\beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

,

mais aussi $c_\alpha s_\beta = s_\alpha c_\beta = 0$;

ces deux conditions sont manifestement contradictoires. nous en déduisons par conséquent qu'il n'est pas possible d'écrire cet état comme le produit de deux états indépendants, un pour chaque sous-système.

Cependant, comme nous l'avons mentionné plus haut, l'état

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|HH\rangle + |VV\rangle)$$

décrit bien un état physique valide. Nous devons donc admettre qu'il existe certains états pour lesquels il n'est pas possible de décrire les deux photons séparément. Ces états sont appelés *états intriqués*.

Si on regarde les différents états d'un système composé, il en ressort que les conditions à satisfaire pour que ces états composés puissent être exprimés sous la forme de produit de deux états séparés sont très contraignantes. Il en résulte que la plupart des états choisis au hasard ne satisfont pas à ces conditions, donc la plupart des états composés se révèlent être des états intriqués.

Finalement... qu'est-ce que l'intrication ?

Y a-t-il un moyen intuitif de la décrire ?

Mettons d'abord l'accent sur le fait que nous sommes en train de parler d'états, c'est-à-dire de la description d'un système physique, et pas de sa dynamique. La Terre et la Lune dont nous avons parlé précédemment s'influencent réciproquement au niveau de leurs mouvements, mais il est évident qu'à chaque instant il nous est possible d'assigner un état à la Terre et un autre état à la Lune. Ceci n'est pas le cas pour les états intriqués. Un état intriqué décrit une situation dans laquelle, à un instant donné et sans aucune référence à une évolution quelconque, deux photons ne peuvent être décrit séparément.

Comment interpréter cela ? Du fait que nous ne sommes pas confrontés au phénomène d'intrication dans notre vie de tous les jours, il est extrêmement difficile, si ce n'est impossible, de donner une explication intuitive de l'intrication. Néanmoins les physiciens ont effectué des expériences sur des photons intriqués et ont étudié leurs propriétés.

5.6.2.2. Abracadabra

Concluons ce paragraphe sur l'intrication par un petit calcul dont le résultat va être très intrigant.

Considérons les deux vecteurs $|\alpha\rangle$ et $|\alpha^\perp\rangle$.

Vérifions que

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|\alpha\rangle |\alpha\rangle + |\alpha^\perp\rangle |\alpha^\perp\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle |H\rangle + |V\rangle |V\rangle)$$

Allons-y :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}} (|\alpha\rangle |\alpha\rangle + |\alpha^\perp\rangle |\alpha^\perp\rangle) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [(c|H\rangle + s|V\rangle)(c|H\rangle + s|V\rangle) + (s|H\rangle - c|V\rangle)(s|H\rangle - c|V\rangle)] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [(c^2 + s^2)|HH\rangle + (cs - sc)|HV\rangle \\ &\quad + (sc - cs)|VH\rangle + (s^2 + c^2)|VV\rangle] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle |H\rangle + |V\rangle |V\rangle) \end{aligned}$$

Nous remarquons que la polarisation des deux photons est toujours la même, quelque soit la mesure effectuée. Nous dirons alors que leur polarisation est parfaitement corrélée. Néanmoins, cette corrélation n'est pas due au fait que chaque photon a un état bien défini, par exemple, si un photon est $|H\rangle$, l'autre aussi est $|H\rangle$, ils ont donc toujours la même polarisation. Souvenons-nous que pour des photons intriqués, chaque photon ne peut être décrit de façon indépendante. C'est effectivement troublant et contre intuitif, mais il s'avère que même si les deux photons n'ont pas de propriétés individuelles bien définies, leurs propriétés sont corrélées de telle sorte que leurs états relatifs sont bien définis. En revenant à notre exemple, cela signifie que même si nous ne pouvons pas dire si un quelconque des photons est $|H\rangle$, si l'un des deux est mesuré $|H\rangle$, alors l'autre sera sans aucun doute aussi $|H\rangle$.

Nous pouvons aborder à présent le coeur léger l'article EPR et le théorème de Bell

5.6.3. Au coeur du paradoxe

L'intrication est un des aspects les plus intéressants de la physique quantique et nous allons présenter dans ce qui suit une des manifestations les plus flagrantes de l'intrication : les corrélations entre les résultats de mesures effectuées sur deux systèmes physiques séparés. Comme nous l'avons déjà dit précédemment, au risque de nous répéter, ces corrélations ont été mises sous la lumière des projecteurs pour la première fois par Einstein, Podolsky et Rosen (EPR) en 1935. Ils trouvaient ce phénomène absurde et élaborèrent une argumentation pour essayer de montrer que la physique quantique, telle qu'elle était prônée par l'école de Copenhague, était incomplète. Attention, nous insistons sur le fait qu'Einstein ne disait pas, contrairement à ce que certains affirment, que la physique quantique était fautive, mais juste qu'elle était incomplète. Alors que EPR avait mis le doigt sur quelque chose d'extrêmement intéressant, leur article ainsi que la réponse de Bohr furent très peu suivis par la communauté des physiciens, plongés qu'ils étaient dans des résolutions concrètes utilisant les outils de la physique quantique. Même lorsque Bell, en 1964, proposa un théorème qui permettait de répondre en partie à cette question, le sujet ne passionna pas grand monde. Il fallut attendre les extraordinaires expériences d'Aspect pour qu'enfin ces corrélations des états intriqués accèdent à la notoriété qu'elles méritent. Ce sujet est à présent un des plus étudiés pour ses implications expérimentales extraordinaires et, juste retour des choses, les articles EPR et de Bell sont parmi les plus cités actuellement.

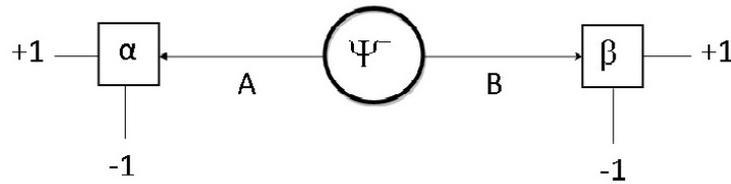


FIGURE 5.6.1. Expérience démontrant les corrélations entre deux photons intriqués

Nous allons décrire un montage expérimental qui permet d'observer les corrélations entre deux photons intriqués.

D'abord, une source émet deux photons. Albert et Boris reçoivent chacun un de ces photons, étiquetés respectivement A et B. Albert et Boris mesurent la polarisation de leurs photons respectifs le long des directions α et β (voir figure 5.6.1). Mathématiquement, ceci est décrit par les bases :

$$|+\alpha\rangle = \cos(\alpha) |H\rangle + \sin(\alpha) |V\rangle,$$

$$|-\alpha\rangle = \cos(\alpha) |V\rangle - \sin(\alpha) |H\rangle,$$

pour Albert

$$|+\beta\rangle = \cos(\beta) |H\rangle + \sin(\beta) |V\rangle,$$

$$|-\beta\rangle = \cos(\beta) |V\rangle - \sin(\beta) |H\rangle,$$

pour Boris.

Albert et Boris ne peuvent faire qu'une seule mesure sur leur photon respectif, en effet le fait de faire une mesure change l'état du photon de telle sorte que n'importe quelle mesure ultérieure ne donne plus aucun renseignement sur l'état initial du photon.

Il y a quatre résultats possible pour chaque paire de photons émis. Nous allons utiliser la notation suivante : $r_A(\alpha)$ et $r_B(\beta)$ pour représenter les résultats obtenus respectivement par Albert et par Boris. Si Albert ou Boris mesurent $|+\alpha\rangle$ ou $|+\beta\rangle$, ils vont enregistrer cela comme $r_A(\alpha) = +1$ ou $r_A(\beta) = +1$. S'ils mesurent $|-\alpha\rangle$ ou $|-\beta\rangle$, ils vont enregistrer cela comme $r_A(\alpha) = -1$ ou $r_A(\beta) = -1$. Nous avons donc pour ces mesures quatre résultats possibles qui seront notés $(+, +)$, $(+, -)$, $(-, +)$ et $(-, -)$.

Cette expérience peut être effectuées à de très nombreuses reprises afin qu'Albert et Boris puissent enregistrer un grand nombre de résultats. À la fin de toutes ces mesures, ils peuvent calculer le nombre de fois que chacun des résultats listés ci-dessus apparaît afin de comparer leurs probabilités.

Par exemple, la fraction des mesures pour lesquelles $r_A(\alpha) = +1$ et $r_A(\beta) = -1$ sera traduite dans la probabilité $P(+ - | \alpha, \beta)$, où le signe + se réfère à α et le signe - à β .

De même ils peuvent déduire $P(+ + | \alpha, \beta)$, $P(- + | \alpha, \beta)$ et $P(- - | \alpha, \beta)$.

5.6 Démonstration du théorème de Bell

Considérons à présent qu'une source prépare des états singulets définis par

$$|\psi\rangle = |+\alpha\rangle |+\beta\rangle$$

En se référant au paragraphe sur les états intriqués on peut prouver que l'état ci-dessus est intriqué.

Dans ce cas, les probabilités observées par Albert et Boris lors de cette expérience sont données par :

$$P(+ + | \alpha, \beta) = P(- - | \alpha, \beta) = \frac{1}{2} \sin^2(\alpha - \beta) = \frac{1}{4} [1 - \cos(2(\alpha - \beta))]$$

$$P(+ - | \alpha, \beta) = P(- + | \alpha, \beta) = \frac{1}{2} \cos^2(\alpha - \beta) = \frac{1}{4} [1 + \cos(2(\alpha - \beta))]$$

En effet, $P(+ + | \alpha, \beta)$ est la probabilité de trouver l'état original singulet $|\psi\rangle$ dans l'état $|+\alpha\rangle |+\beta\rangle$.

Nous allons d'abord trouver une expression pour $|+\alpha\rangle |+\beta\rangle$:

$$\begin{aligned} |+\alpha\rangle \otimes |+\beta\rangle &= (\cos(\alpha) |H\rangle + \sin(\alpha) |V\rangle) \otimes (\cos(\beta) |H\rangle + \sin(\beta) |V\rangle) \\ &= \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) |HH\rangle + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) |HV\rangle \\ &\quad + \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) |VH\rangle + \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) |VV\rangle \end{aligned}$$

La probabilité peut donc à présent être calculée en utilisant la règle de Born pour les probabilité :

$$P(+ + | \alpha, \beta) = |\langle +\alpha, +\beta | \psi \rangle|^2 = \frac{1}{2} \sin^2(\alpha - \beta) = \frac{1}{4} [1 - \cos(2(\alpha - \beta))]$$

En répétant la même procédure nous obtenons :

$$P(+ + | \alpha, \beta) = P(- - | \alpha, \beta) = \frac{1}{4} [1 - \cos(2(\alpha - \beta))]$$

$$P(+ - | \alpha, \beta) = P(- + | \alpha, \beta) = \frac{1}{4} [1 + \cos(2(\alpha - \beta))]$$

Si, dans les équations ci-dessus, nous posons $\alpha = \beta$ alors $\alpha - \beta = 0$,

nous obtenons les résultats suivants :

$$P(+ + | \alpha, \beta) = P(- - | \alpha, \beta) = 0$$

et

$$P(+ - | \alpha, \beta) = P(- + | \alpha, \beta) = \frac{1}{2}$$

Ainsi les résultats pour les photons A et B seront toujours opposés, c'est-à-dire

$$r_A(\alpha) = -r_B(\beta)$$

Enfin nous pouvons aussi calculer les valeurs moyennes $\langle r_A(\alpha) \rangle$ et $\langle r_B(\beta) \rangle$

$$\begin{aligned} \langle r_B(\beta) \rangle &= (+1) [P(++|\alpha, \beta) + P(-+|\alpha, \beta)] + (-1) [P(--|\alpha, \beta) + P(+ -|\alpha, \beta)] \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle r_A(\alpha) \rangle &= (+1) [P(++|\alpha, \beta) + P(+ -|\alpha, \beta)] + (-1) [P(--|\alpha, \beta) + P(-+|\alpha, \beta)] \\ &= 0 \end{aligned}$$

Comme nous nous y attendions, les valeurs moyennes $\langle r_A(\alpha) \rangle$ et $\langle r_B(\beta) \rangle$ sont nulles.

Ceci signifie que lorsque Albert et Boris récoltent leurs mesures individuellement, ils vont observer que les deux résultats ont la même probabilité d'être obtenus. En particulier ce qu'Albert ou Boris observe localement n'est pas affecté par ce que l'autre personne fait. Ce résultat n'est pas surprenant ; les photons intriqués ne peuvent pas être utilisés pour envoyer des signaux.

Néanmoins, la chose intéressante réside dans le fait que lorsqu'Albert et Boris vont comparer leurs résultats, ils vont trouver que la probabilité de chaque résultat dépend des deux bases de mesures. Le photon d'Albert produit un résultat qui dépend de quelle mesure est effectuée sur le photon de Boris !

Remarquons que nous n'avons fait aucune remarque sur l'ordre dans lequel les mesures sont effectuées ni sur la distance entre Albert et Boris ou encore l'intervalle de temps entre leurs mesures respectives. Ces paramètres n'affectent nullement les corrélations quantiques entre les photons intriqués. Même si les mesures avaient lieu en même temps, à des millions de kilomètres de distance l'une de l'autre, il a aurait encore un comportement corrélé !

Introduisons maintenant une mesure du degré de corrélation entre les deux photons, nous l'appellerons le *coefficient de corrélation*, nous le définissons ainsi :

$$E(\alpha, \beta) = P(r_A(\alpha) = r_B(\beta)) - P(r_A(\alpha) \neq r_B(\beta))$$

Ce coefficient de corrélation peut avoir une fourchette de valeurs, de -1 à +1. Une valeur de -1, aussi connue comme *anti-corrélation*, signifie que lorsqu'un des deux photons donne un résultat, l'autre photon donnera toujours le résultat opposé. Si la valeur est +1 on parle alors de *corrélation parfaite*, cela signifie que les deux photons vont toujours donner les mêmes résultats.

À l'aide de nos résultats précédents nous allons maintenant obtenir une expression plus explicite pour $E(\alpha, \beta)$

5.6 Démonstration du théorème de Bell

$$\begin{aligned} E(\alpha, \beta) &= P(++|\alpha, \beta) + P(--|\alpha, \beta) - P(+ -|\alpha, \beta) - P(- +|\alpha, \beta) \\ &= \frac{1}{2} [1 - \cos(2(\alpha - \beta))] - \frac{1}{2} [1 + \cos(2(\alpha - \beta))] \\ &= -\cos(2(\alpha - \beta)) \end{aligned}$$

Nous pouvons aussi montrer que lorsque les résultats sont notés -1 et +1 comme dans cette expérience, le coefficient de corrélation peut aussi s'exprimer comme la valeur moyenne du produit $r_A(\alpha)r_B(\beta)$

En effet : notons tout d'abord que $r_A(\alpha)r_B(\beta) = +1$ quand $r_A = r_B$ et $r_A(\alpha)r_B(\beta) = -1$ quand $r_A \neq r_B$

Ainsi :

$$\begin{aligned} \langle r_A(\alpha)r_B(\beta) \rangle &= (+1) [P(++|\alpha, \beta) + P(--|\alpha, \beta)] + (-1) [P(+ -|\alpha, \beta) + P(- +|\alpha, \beta)] \\ &= E(\alpha, \beta) \end{aligned}$$

Maintenant LA question : Quels sont les mécanismes de la corrélation ?

Nous avons vu que chaque photon donne un résultat qui est corrélé avec le résultat de l'autre photon, et ceci quelle que soit la distance qui les sépare. Comment cela est-il possible ? Y-a-t-il un mécanisme qui permet d'expliquer cette étrange corrélation à distance ? Les photons ont-ils communiqué l'un avec l'autre ou se sont-ils mis d'accord à la source ?

5.6.4. Une variable peut en cacher une autre

Bien que la physique quantique est capable de prédire les probabilités pour chaque type de mesures, elle ne propose aucun mécanisme pour expliquer ces corrélations. Einstein considérait cela comme un échec de la théorie ou tout du moins une lacune dans la théorie. En y réfléchissant avec le recul des connaissances actuelles, il s'agirait plutôt d'un des plus grands succès de la théorie quantique. Les expériences ont démontré qu'il n'y a pas de tel mécanisme. Afin d'arriver à cette remarquable conclusion, nous devons étudier les différents candidats possibles pour et les écarter les uns après les autres.

Il n'y a que deux mécanismes classiques qui peuvent expliquer les corrélations entre des événements distants :

1. Les corrélations par communications. La première explication possible est que les photons puissent communiquer entre eux en échangeant des signaux. Par exemple, le photon A, qui a été mesuré le premier, pourrait envoyer une information à propos de la mesure α et de son résultat $r_A\alpha$ au photon B, qui va de son côté produire un résultat en conséquence.
2. Les corrélations par accord préétablis. Le second mécanisme possible consiste dans un accord préétabli : puisque les deux photons ont été produit à la même source, ils pourraient tous les deux transporter une information commune au sujet de leurs comportements réciproques pour n'importe quel type de mesure. En d'autres termes, nous pourrions assumer que chacun d'eux porte en lui une liste

$$\lambda_A = \{\dots, r_A(\alpha), r_A(\alpha'), r_A(\alpha''), \dots\},$$

$$\lambda_B = \{\dots, r_B(\alpha), r_B(\alpha'), r_B(\alpha''), \dots\},$$

Ces listes spécifient les résultats pour chaque mesure possible, on appelle communément ces listes les *variables cachées*. Par exemple si λ_A et λ_B sont tels que $r_A(x) = -r_B(x)$ pour tout x , cela signifie que lorsque $\alpha = \beta$, les photons vont toujours donner des résultats opposés lorsque les filtres ont la même direction. Ainsi l'hypothèse des variables cachées peut reproduire la parfaite anticorrélation observée précédemment.

Le premier mécanisme proposé peut être écarté par l'expérience ; il suffit d'éloigner suffisamment les postes de mesures. En effet si on place Albert et Boris très loin l'un de l'autre, qu'ils effectuent leurs mesures simultanément et qu'en plus ils choisissent leur type de mesure (leur base) pendant que les photons se déplacent vers eux, alors il n'y aura pas assez de temps pour qu'un signal quelconque puisse passer d'un photon à l'autre. Si des corrélations entre les photons sont encore observées dans un tel environnement, alors on peut sans état d'âme écarter la communication comme mécanisme des corrélations. Or ces corrélations ont effectivement été expérimentalement observées dans un environnement tel que celui décrit ci-dessus.

Concentrons-nous donc à présent sur le second mécanisme proposé, celui des variables cachées, et regardons comment on peut l'écartier à son tour.

5.6.5. Le théorème de Bell

Y a-t-il un moyen quelconque de déterminer si les photons corrélés à la source utilisent des variables cachées et des accords préétablis ?

Ce problème a troublé les physiciens pendant presque 30 ans, jusqu'à ce qu'un test ingénieux ait été proposé par John S. Bell en 1964. Depuis lors de nombreuses variantes du théorème de Bell ont été formulées ; nous allons pour notre part discuter de l'inégalité CHSH proposée par Clauser, Horne, Shimony et Holt en 1969.

Nous allons commencer par modifier le procédé expérimental décrit précédemment. Auparavant, lorsque la source émettait deux photons, Albert et Boris n'utilisait qu'un seul type de mesure. À présent ils choisissent chacun parmi deux types de mesures : α et α' pour Albert, β et β' pour Boris.

Supposons que les photons se mettent d'accord à la source sur les résultats que chacun d'eux va donner aux mesures respectives.

Cela revient à dire qu'il y a une liste $\lambda = \{\lambda_A, \lambda_B\}$, où $\lambda_A = \{r_A(\alpha), r_A(\alpha')\}$ et $\lambda_B = \{r_B(\beta), r_B(\beta')\}$.

En ayant ces nombres, nous pouvons écrire l'expression :

$$\begin{aligned} S(\lambda) &= (r_A(\alpha) + r_A(\alpha'))r_B(\beta) + (r_A(\alpha) - r_A(\alpha'))r_B(\beta') \\ &= r_A(\alpha) \cdot r_B(\beta) + r_A(\alpha') \cdot r_B(\beta) + r_A(\alpha) \cdot r_B(\beta') + r_A(\alpha') \cdot r_B(\beta') \end{aligned}$$

5.6 Démonstration du théorème de Bell

Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A New Violation of Bell's Inequalities

Alain Aspect, Philippe Grangier, and Gérard Roger

Institut d'Optique Théorique et Appliquée, Laboratoire associé au Centre National de la Recherche Scientifique, Université Paris-Sud, F-91406 Orsay, France

(Received 30 December 1981)

The linear-polarization correlation of pairs of photons emitted in a radiative cascade of calcium has been measured. The new experimental scheme, using two-channel polarizers (i.e., optical analogs of Stern-Gerlach filters), is a straightforward transposition of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm *gedankenexperiment*. The present results, in excellent agreement with the quantum mechanical predictions, lead to the greatest violation of generalized Bell's inequalities ever achieved.

PACS numbers: 05.65.Da, 55.80.+s

In the well-known Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm *gedankenexperiment*¹ (Fig. 1), a source emits pairs of spin- $\frac{1}{2}$ particles, in a singlet state (or pairs of photons in a similar nonfactorizing state). After the particles have separated, one performs correlated measurements of their spin components along arbitrary directions \vec{a} and \vec{b} . Each measurement can yield two results, denoted

$$E(\vec{a}, \vec{b}) = P_{++}(\vec{a}, \vec{b}) + P_{--}(\vec{a}, \vec{b}) - P_{+-}(\vec{a}, \vec{b}) - P_{-+}(\vec{a}, \vec{b}) \quad (1)$$

is the correlation coefficient of the measurements on the two particles. Bell² considered theories explaining such correlations as due to common properties of both particles of the same pair; adding a locality assumption, he showed that they are constrained by certain inequalities that are not always obeyed by the predictions of quantum mechanics. Such theories are called "realistic local theories" and they lead to the generalized Bell's inequalities³

$$-2 \leq S \leq 2, \quad (2)$$

where

$$S = E(\vec{a}, \vec{b}) - E(\vec{a}, \vec{b}') + E(\vec{a}', \vec{b}) + E(\vec{a}', \vec{b}')$$

involves four measurements in four various orientations. On the other hand, for suitable sets of orientations,⁴ the quantum mechanical predictions can reach the values $S = \pm 2\sqrt{2}$, in clear contradiction with (2): Quantum mechanics cannot be completed by an underlying structure such as "realistic local theories."

Several experiments with increasing accuracy have been performed, and they clearly favor quantum mechanics.^{5,6} Unfortunately, none allowed a direct test using inequalities (2), since none followed the scheme of Fig. 1 closely enough. Some experiments were performed with pairs of photons (or of protons). But no efficient analyzers are available at such energies, and the results that would have been obtained with ideal polarizers are deduced indirectly from Compton scattering experiments. The validity of such a procedure in the context of Bell's theorem has been criticized.^{7,8}

There are also experiments with pairs of low-energy photons emitted in atomic radiative cascades. True polarizers are available in the visible range. However, all previous experiments involved single-channel analyzers, transmitting one polarization (\vec{a} or \vec{b}) and blocking the orthog-

tons (or of protons). But no efficient analyzers are available at such energies, and the results that would have been obtained with ideal polarizers are deduced indirectly from Compton scattering experiments. The validity of such a procedure in the context of Bell's theorem has been criticized.^{7,8}

There are also experiments with pairs of low-energy photons emitted in atomic radiative cascades. True polarizers are available in the visible range. However, all previous experiments involved single-channel analyzers, transmitting one polarization (\vec{a} or \vec{b}) and blocking the orthog-

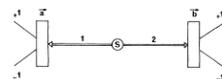


FIG. 1. Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm *gedankenexperiment*. Two spin- $\frac{1}{2}$ particles (or photons) in a singlet state (or similar) separate. The spin components (or linear polarizations) of 1 and 2 are measured along \vec{a} and \vec{b} . Quantum mechanics predicts strong correlations between these measurements.

source : <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/1d/AlainAspectFotoThaler.JPG>

FIGURE 5.6.2. Article d'Alain Aspect dans la Physical Review Letter du 12 juillet 1982

Nous pouvons vérifier que pour n'importe quelle valeur de λ , $S(\lambda)$ ne peut prendre que les valeurs $+2$ ou -2 .

En effet :

Notons d'abord que r_A et r_B ne peuvent prendre que les valeurs $+1$ et -1 . En remplaçant les différentes combinaisons possibles des valeurs de $r_A(\alpha)$ et $r_A(\alpha')$ dans l'expression de $S(\lambda)$, nous trouvons que si $r_A(\alpha) + r_A(\alpha') = \pm 2$, alors $r_A(\alpha) - r_A(\alpha') = 0$ et vice-versa.

Ainsi nous observons que $S(\lambda)$ ne peut prendre que les valeurs $+2$ ou -2 .

Si nous effectuons l'expérience qu'à une reprise, il est évident que nous ne pouvons pas mesurer $S(\lambda)$. En effet nous remarquons qu'Albert devrait mesurer la polarisation du photon A en utilisant les deux bases α et α' , de même pour Boris. Ceci est impossible car ils ne peuvent effectuer qu'une seule mesure pour chaque photon. Néanmoins quelques informations sur $S(\lambda)$ peuvent être obtenues. Si Albert et Boris répètent l'expérience avec de nombreuses paires de photons ils vont pouvoir déterminer la *valeur moyenne* de S :

$$\langle S \rangle = E(\alpha, \beta) + E(\alpha', \beta) + E(\alpha, \beta') - E(\alpha', \beta')$$

Démontrons cette assertion en partant de l'expression de $S(\lambda)$:

En utilisant la définition de la valeur moyenne, nous pouvons calculer :

$$\langle S \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N S_k$$

$$\begin{aligned} \langle S \rangle &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [r_A(\alpha)_k r_B(\beta)_k + r_A(\alpha')_k r_B(\beta)_k + r_A(\alpha)_k r_B(\beta')_k - r_A(\alpha')_k r_B(\beta')_k] \\ &= \langle r_A(\alpha) r_B(\beta) \rangle + \langle r_A(\alpha') r_B(\beta) \rangle + \langle r_A(\alpha) r_B(\beta') \rangle - \langle r_A(\alpha') r_B(\beta') \rangle \end{aligned}$$

Comme $E(\alpha, \beta) = \langle r_A(\alpha) r_B(\beta) \rangle$, nous pouvons substituer $E(\alpha, \beta)$ dans l'expression ci-dessus afin d'obtenir

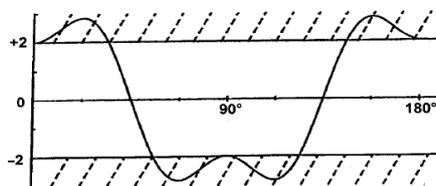
$$\begin{aligned} \langle S \rangle &= \langle r_A(\alpha) r_B(\beta) \rangle + \langle r_A(\alpha') r_B(\beta) \rangle + \langle r_A(\alpha) r_B(\beta') \rangle - \langle r_A(\alpha') r_B(\beta') \rangle \\ &= E(\alpha, \beta) + E(\alpha', \beta) + E(\alpha, \beta') - E(\alpha', \beta') \end{aligned}$$

CQFD.

En utilisant le montage expérimental proposé, Albert et Boris peuvent obtenir les quatre coefficients de corrélation de l'équation

$$\langle S \rangle = E(\alpha, \beta) + E(\alpha', \beta) + E(\alpha, \beta') - E(\alpha', \beta')$$

et ainsi estimer la valeur de $\langle S \rangle$.



source : ASPECT, Alain, "Bell's theorem : the naive view of an experimentalist", page 25, Springer (2002).

FIGURE 5.6.3. Représentation de la fonction $\langle S \rangle$.

Si l'hypothèse des variables cachées est correctes, alors $\langle S \rangle$ est la valeur moyenne d'un nombre qui ne peut prendre que les valeurs -2 et +2. Il est donc évident que $|\langle S \rangle| \leq 2$.

Cette relation est appelée *inégalité de Bell*.

5.7. Mise en pratique de l'inégalité de Bell

Nous avons donc un moyen de vérifier si les photons utilisent effectivement les variables cachées comme mécanisme pour leur comportement corrélé. Si ce n'est pas le cas, nous pourrions conclure que l'hypothèse de l'accord préétabli à la source ne peut pas être utilisée pour expliquer les corrélations quantiques.

Quand nous insérons les paramètres pour l'expérience proposée ci-dessus, nous pouvons en effet vérifier que les inégalités de Bell sont violées pour certains types de mesures. Comme nous allons le prouver ci-dessous.

5.8 Conclusion

En prenant $\alpha = 0$, $\alpha' = \frac{\pi}{4}$, $\beta = \frac{\pi}{8}$ et $\beta' = -\frac{\pi}{8}$, nous pouvons substituer ces valeurs dans l'équation

$$E(\alpha, \beta) = -\cos [2(\alpha - \beta)]$$

afin d'obtenir :

$$\begin{aligned} E(\alpha, \beta) &= -\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ E(\alpha, \beta') &= -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ E(\alpha', \beta) &= -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ E(\alpha', \beta') &= -\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = +\frac{\sqrt{2}}{2}, \end{aligned}$$

À partir de l'équation $\langle S \rangle = E(\alpha, \beta) + E(\alpha', \beta) + E(\alpha, \beta') - E(\alpha', \beta')$, nous obtenons

$$\|\langle S \rangle\| = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} > 2$$

Nous voyons donc que l'inégalité de Bell est violée.

Remarque : un autre choix d'angles qui viole les inégalités de Bell en donnant une valeur $\|\langle S \rangle\| = 2\sqrt{2} > 2$ est le suivant :

$$\alpha = \frac{\pi}{3}, \alpha' = \frac{7\pi}{12}, \beta = \frac{11\pi}{24} \text{ et } \beta' = -\frac{5\pi}{24},$$

D'autre part, lorsque nous utilisons les angles $\alpha = 0$, $\alpha' = 2\pi$, $\beta = \pi$ et $\beta' = -\pi$, nous obtenons la valeur $\|\langle S \rangle\| = 2$ et l'inégalité de Bell n'est pas violée.

5.8. Conclusion

En conclusion, l'hypothèse des variables cachées a été testée en utilisant le théorème de Bell et les états intriqués sont capables de violer les inégalités de Bell, les corrélations entre photons intriqués ne peuvent donc pas être expliquées par un accord préétabli à la source : les variables cachées n'existent pas. Les photons intriqués peuvent établir des corrélations entre eux même s'ils sont très éloignés les uns des autres, et ceci sans aucune forme de communication. Les états intriqués présentent donc des corrélations quantiques qui ne peuvent pas être expliquées par les mécanismes classiques de communication ou de variables cachées.



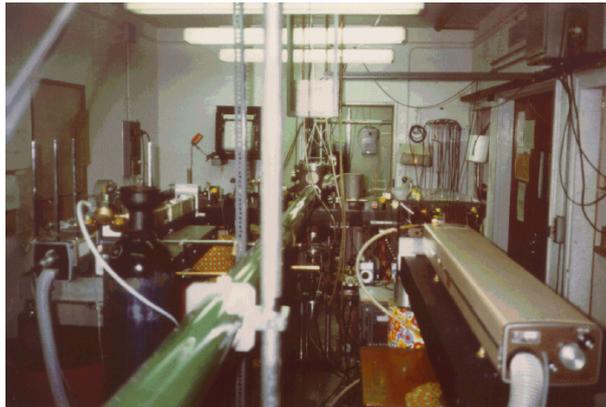
FIGURE 5.8.1. Laboratoire de l'équipe de N. Gisin pour tester les inégalités de Bell !

Chapitre 6

La téléportation quantique

6.1. Le protocole

Malgré ce titre alléchant, la téléportation quantique ne permet pas de faire passer un objet d'un endroit A à un endroit B sans passer par aucun lieu intermédiaire comme dans les films de science-fiction. Elle permet en revanche de faire passer une propriété de la matière (par exemple la polarisation d'un photon) d'un photon du laboratoire d'Albert à un photon du laboratoire de Boris sans passer par aucun lieu intermédiaire – mais il faut, pour réussir ce prodige, qu'Albert et Boris possèdent chacun un photon provenant d'une paire intriquée au préalable qui servira de “catalyseur” à la transmission de la polarisation.



source : document distribué lors du cours d'WBZ de septembre 2011 à Champéry par Alain Aspect

FIGURE 6.1.1. Source de photons intriqués. Expérience d'Alain Aspect et al. en 1982

Ce qui étonne dans la téléportation quantique est qu'elle a lieu en l'absence de matière, d'ondes, et de flux d'énergie! La téléportation est donc tout sauf un transport de matière ou d'énergie.

Le protocole de téléportation quantique est particulièrement simple à décrire mais, nous le verrons plus loin, les détails font appel à toutes les techniques de mathématiques que nous avons acquises dans ce cours. Voici donc comment on procède :

1. on crée une paire de photons intriqués (A et B) que l'on sépare. On transmet le photon A à Albert et le photon B à Boris. Albert possède le photon C dont on veut téléporter la polarisation.
2. *Albert* effectue une mesure des polarisations du photon A et du photon C de manière judicieuse. Par judicieuse, on entend qu'il effectue une *mesure de Bell* : il demande à chaque photon de définir sa polarisation par rapport à l'autre (même polarisation, polarisation opposée – relire le paragraphe 5.6.3 page 89 et les suivants). Après cette mesure, les polarisations initiales des photons A et C sont “perdus” (la mesure de

Bell à effacé cette information). Selon la réponse (même polarisation, polarisation opposée), le photon B possède une polarisation bien définie :

- a) la même que la polarisation initiale de C si la mesure de Bell à donné “même polarisation”,
 - b) une polarisation opposée à la polarisation initiale de C si la mesure de Bell à donné “polarisation opposée”,
3. *Albert* envoie le résultat de sa mesure de Bell à *Boris* de manière classique (téléphone, internet, ...). Selon l’information donnée par *Albert*, *Boris* laisse la polarisation de B inchangée (même polarisation) ou fait tourner la polarisation de B (polarisation opposée). B se retrouve alors avec la même polarisation que celle de C .

Ce protocole est résumé dans la figure 6.1.2.

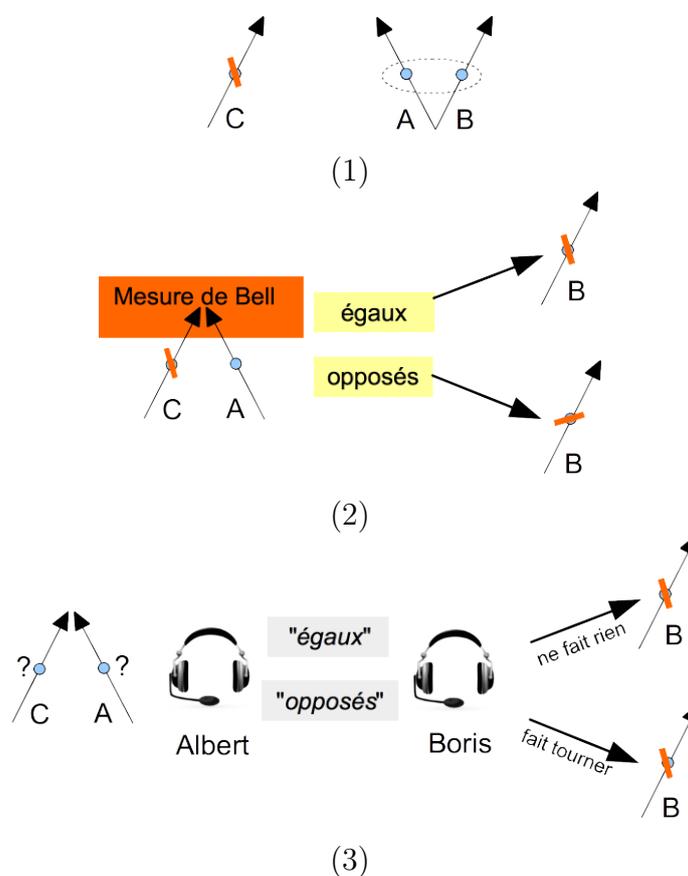


image inspirée de la plaquette sur “La Téléportation Quantique” du Groupe de Physique Appliquée : www.gapoptique.unige.ch

FIGURE 6.1.2. Protocole de téléportation quantique

6.2. Les détails croustillants

Remarque : La démarche ci-dessous se retrouve dans de nombreux ouvrages. Elle se trouve même exposée dans l’encyclopédie libre Wikipédia. C’est pourquoi il est difficile de l’attribuer à un auteur particulier. Elle sera reprise presque sans modification dans ce paragraphe.

6.2 Les détails croustillants

Nous nous souviendrons qu'au paragraphe 5.7 page 96, nous avons présenté quatre angles permettant de violer l'inégalité de Bell. Ces quatre angles correspondent à quatre états intriqués de manière optimale :

$$\begin{aligned} |\Phi^+\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_A \otimes |H\rangle_B + |V\rangle_A \otimes |V\rangle_B) \\ |\Phi^-\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_A \otimes |H\rangle_B - |V\rangle_A \otimes |V\rangle_B) \\ |\Psi^+\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_A \otimes |V\rangle_B + |V\rangle_A \otimes |H\rangle_B) \\ |\Psi^-\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_A \otimes |V\rangle_B - |V\rangle_A \otimes |H\rangle_B) \end{aligned}$$

Les états sont indicés par AB car c'est de cette façon que l'on prépare les deux photons intriqués A et B . Dans ce qui suit on suppose, sans perte de généralité, que les photons A et B sont dans l'état $|\Phi^+\rangle_{AB}$.

De son côté, *Albert* dispose d'un photon C dont l'état peut s'écrire

$$\psi_C = a_H |H\rangle_C + a_V |V\rangle_C$$

Lorsqu'*Albert* reçoit le photon A , il dispose de deux particules (A et C). Dans ce temps *Boris* a reçu le photon B dans son laboratoire. On peut donc décrire ce système par l'état

$$|\Phi^+\rangle_{AB} \otimes |\psi\rangle_C = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_A \otimes |H\rangle_B + |V\rangle_A \otimes |V\rangle_B) \otimes (a_H |H\rangle_C + a_V |V\rangle_C)$$

Albert va alors procéder à la mesure de Bell. Il effectue cette mesure sur les deux photons qui sont en sa possession : A et C . C'est une mesure partielle puisque le photon B n'est pas mesuré.

Pour des raisons pratiques, nous allons effectuer nos calculs dans la base usuelle formée des vecteurs $|HH\rangle$, $|HV\rangle$, $|VH\rangle$, $|VV\rangle$. On montrera en exercice les identités suivantes

$$\begin{aligned} |HH\rangle_{AB} = |H\rangle_A \otimes |H\rangle_B &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\Phi^+\rangle_{AB} + |\Phi^-\rangle_{AB}) \\ |HV\rangle_{AB} = |H\rangle_A \otimes |V\rangle_B &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\Psi^+\rangle_{AB} + |\Psi^-\rangle_{AB}) \\ |VH\rangle_{AB} = |V\rangle_A \otimes |H\rangle_B &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\Psi^+\rangle_{AB} - |\Psi^-\rangle_{AB}) \\ |VV\rangle_{AB} = |V\rangle_A \otimes |V\rangle_B &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\Phi^+\rangle_{AB} - |\Phi^-\rangle_{AB}) \end{aligned}$$

On réécrit l'état du système avant la mesure de Bell avec cette base

$$\begin{aligned} |\Phi^+\rangle_{AB} \otimes |\psi\rangle_C &= \frac{1}{2} \left[|\Phi^+\rangle_{AC} \otimes (a_H |H\rangle_B + a_V |V\rangle_B) + |\Phi^-\rangle_{AC} \otimes (a_H |H\rangle_B - a_V |V\rangle_B) \right. \\ &\quad \left. + |\Psi^+\rangle_{AC} \otimes (a_V |H\rangle_B + a_H |V\rangle_B) + |\Psi^-\rangle_{AC} \otimes (a_V |H\rangle_B - a_H |V\rangle_B) \right] \end{aligned}$$

Lorsqu'*Albert* effectue la mesure de Bell dans la base qu'il a choisie, il obtient forcément l'une des quatre possibilités équiprobables suivantes :

$$\begin{aligned} |\Phi^+\rangle_{AC} &\otimes (a_H |H\rangle_B + a_V |V\rangle_B) \\ |\Phi^-\rangle_{AC} &\otimes (a_H |H\rangle_B - a_V |V\rangle_B) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\Psi^+\rangle_{AC} &\otimes (a_V |H\rangle_B + a_H |V\rangle_B) \\ |\Psi^-\rangle_{AC} &\otimes (a_V |H\rangle_B - a_H |V\rangle_B) \end{aligned}$$

Les photons A et C d'*Albert* sont maintenant intriqués et l'intrication originelle des photons A et C est perdue. Du côté de Boris, le photon B porte l'un des quatre états décrits ci-dessus.

Albert n'a plus qu'à transmettre à *Boris* le résultat de sa mesure (par un canal classique).

Si *Albert* indique

- $|\Phi^+\rangle_{AC}$, *Boris* sait que son photon est déjà dans le bon état quantique et ne fait rien.
- $|\Phi^-\rangle_{AC}$, *Boris* sait qu'il doit faire tourner son photon. Il le fait à l'aide d'une porte quantique qui applique au photon B la matrice de Pauli $\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
- $|\Psi^+\rangle_{AC}$, *Boris* sait qu'il doit faire tourner son photon. Il le fait à l'aide d'une porte quantique qui applique au photon B la matrice de Pauli $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- $|\Psi^-\rangle_{AC}$, *Boris* sait qu'il doit faire tourner son photon. Il le fait à l'aide d'une porte quantique qui applique au photon B la matrice de Pauli $-\sigma_3 \cdot \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

6.3. Remarque importante

A la fin de l'opération, la polarisation du photon C n'est plus définie (il fait partie d'un état intriqué qui n'a pas été mesuré). Le théorème de non clonage quantique est donc toujours valable : nous n'avons pas dupliqué d'information, elle s'est simplement déplacée d'un endroit à un autre sans support physique !

Troisième partie

Exercices

Chapitre 7

Exercices

7.1. Historique

7.1.1. Approfondissements

Voici quelques exercices de réflexion sur la partie historique à effectuer en groupe.

Dans le texte nous parlons :

- de deux révolutions quantiques.
- du phénomène de la catastrophe ultraviolette dans le rayonnement du corps noir.
- de l'effet photoélectrique.
- de l'atome de Bohr.

Documentez-vous (articles, livres, sites internet...) et expliquez à vos camarades de manière simple, concise mais néanmoins exhaustive de quoi il s'agit.

7.1.2. Technologies

Donnez quelques exemples de technologies conçues grâce à la maîtrise de la physique quantique.

7.1.3. Distinction classique/quantique

Citez quels sont les aspects principaux qui distinguent la physique quantique de la physique classique.

7.1.4. Incertitudes

Quelle est la différence de sens entre « l'incertitude » telle qu'elle est malencontreusement citée dans « le principe d'incertitude d'Heisenberg » et les incertitudes auxquelles vous vous confrontez dans les mesures que vous effectuez lors de vos laboratoires au Collège.

7.1.5. Dualité onde/corpuscule

Comment décrit-on une particule, quelles sont les grandeurs physiques utilisées pour décrire une particule ?

Comment décrit-on une onde, quelles sont les grandeurs physiques utilisées pour décrire une onde ?

Pourquoi a-t-on du mal à concilier ces deux descriptions de phénomènes naturels ?

7.1.6. Approfondissements abyssaux

Dans le texte nous parlons :

- d'intrication.
- de réalisme.
- de localité.
- de non-localité.

Documentez-vous (articles, livres, sites internet...) et expliquez à vos camarades de manière simple, concise mais néanmoins exhaustive de quoi il s'agit.

7.2. Systèmes à deux niveaux

7.2.1. Polariseur et un photon

Un photon polarisé verticalement arrive sur deux polariseurs. L'axe de transmission du premier est orienté selon un angle θ par rapport à la verticale. Le second polariseur a son axe orienté horizontalement.

1. Quelle est la probabilité qu'un photon passe les deux polariseurs si $\theta = 30^\circ$.
2. Quelle est la polarisation finale d'un tel photon ?

7.2.2. Cas limite

Un photon polarisé verticalement arrive sur une série de N polariseurs. L'axe de transmission du premier est orienté selon un angle $\theta = \frac{\pi}{2N}$ par rapport à la verticale. Les polariseur suivant sont toujours orientés avec un angle θ jusqu'au dernier qui a son axe orienté horizontalement ($\theta_N = N \cdot \frac{\pi}{2N} = \frac{\pi}{2}$).

1. Quelle est la probabilité qu'un photon passe les N polariseurs ?
2. Quelle est la polarisation finale d'un tel photon ?

Exercice tiré de [37]

7.2.3. Bases d'un vecteur d'état

Considérons la base :

$$\begin{aligned} |\alpha^+\rangle &= \cos(\alpha) |H\rangle + \sin(\alpha) |V\rangle \\ |\alpha^-\rangle &= \sin(\alpha) |H\rangle - \cos(\alpha) |V\rangle \end{aligned}$$

1. Montrer que $\{|\alpha^+\rangle, |\alpha^-\rangle\}$ est une base, i.e que $\langle\alpha^+|\alpha^+\rangle = \langle\alpha^-|\alpha^-\rangle = 1$ et que $\langle\alpha^+|\alpha^-\rangle = 0$
2. Si $|\beta\rangle = \cos(\beta) |H\rangle + \sin(\beta) |V\rangle$, calculer les probabilités $P(\alpha^+|\beta)$ et $P(\alpha^-|\beta)$

Exercice tiré de [37]

7.2 Systèmes à deux niveaux

7.2.4. Intriqué ou non ?

Considérons les états à deux photons suivants :

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{2} (|HH\rangle + |HV\rangle + |VH\rangle + |VV\rangle)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2} (|HH\rangle + |HV\rangle + |VH\rangle - |VV\rangle)$$

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{2} |HH\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} (|VH\rangle + |VV\rangle)$$

$$|\psi_4\rangle = \cos(\theta) |HH\rangle + \sin(\theta) |VV\rangle$$

1. Vérifier que ces états sont correctement normalisés
2. Trouver les états intriqués
3. Ecrire les états qui ne sont pas intriqués comme des produits d'états de photons uniques

Exercice inspiré de [37]

7.2.5. Polariseur et deux photons intriqués

Imaginons que l'on possède deux photon intriqués qui possèdent la même polarisation et passent chacun dans un polariseur.

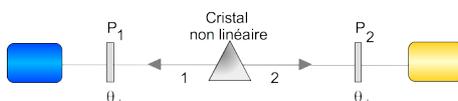


FIGURE 7.2.1. Schéma de l'exercice 7.2.5

L'axe de transmission du polariseur 1 fait un angle θ_1 avec la verticale, celui du polariseur 2 un angle θ_2 . Le détecteur bleu (respectivement jaune) détecte la transmission du photon 1 (respectivement du photon 2) après le polariseur.

1. Calculer la probabilité de détecter les deux photons si leur polarisation initiale est verticale.
2. Calculer la probabilité de détecter les deux photons si leur polarisation initiale est horizontale.
3. Calculer la probabilité de détecter les deux photons si ils sont dans l'état $\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HH\rangle + |VV\rangle)$

4. Pour le cas 3, remplir le tableau suivant

θ_1	θ_2	$P(\psi) = \langle \psi \psi \rangle$
0°	0°	
0°	90°	
90°	90°	
$+45^\circ$	$+45^\circ$	
$+45^\circ$	-45°	

Remarque : le cas intriqué n'est pas un cas classique, on ne peut pas calculer les probabilités et les ajouter ensuite ; il faut d'abord additionner les amplitudes puis calculer la probabilité.

7.3. Interféromètre de Mach-Zehnder

7.3.1. Notation de Dirac

1. Ecrire en notation de Dirac le vecteur $\begin{pmatrix} 0.5 \\ 2 \end{pmatrix}$ par rapport à la base $|x\rangle, |y\rangle$
2. On considère le vecteur $|v\rangle = i|x\rangle + (1-i)|y\rangle$. Quelle est son écriture matricielle?
3. Ecrire en notation de Dirac les matrices

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

7.3.2. Miroir semi transparent

Montrer que, dans le cas où $t = r = 0.5$ dans les équations 3.6.1 et 3.6.2, on obtient

$$\begin{aligned} |x\rangle &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle + i|y\rangle) \\ |y\rangle &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|y\rangle + i|x\rangle) \end{aligned}$$

7.3.3. Modélisation de l'interféromètre

Refaites en détails le calcul de l'effet des différents appareils sur un photon préparé dans l'état $|V\rangle$

Matrices de Pauli

Les matrices de l'exercice 7.3.1, partie 3, s'appellent matrices de Pauli. En notation de Dirac, calculer

1. $\sigma_x \cdot \sigma_y$
2. $\sigma_y \cdot \sigma_x$
3. $[\sigma_x, \sigma_y] = \sigma_x \cdot \sigma_y - \sigma_y \cdot \sigma_x$

7.4. Cryptographie quantique

7.4.1. Le ou exclusif

Montrer que, lorsqu'on applique le ou exclusif de fois, on retrouve le message

Aide : on peut montrer que deux applications successives de XOR donne l'opération identité ($XOR \circ XOR = I$)

Exercice tiré de [37]

7.4 Cryptographie quantique

7.4.2. Le message crypté est aléatoire

Montrer que le message est aléatoire

Aide : prendre un bit du message non crypté (par exemple 0 et expliquer quelle est sa valeur dans le message crypté.

Exercice tiré de [37]

7.4.3. Partage d'une clé secrète

Compléter le tableau 7.4.1

Albert envoie	Boris mesure et trouve	Probabilité
$ H\rangle$	$+ \rightarrow H\rangle$	1
$ H\rangle$	$+ \rightarrow V\rangle$	0
$ H\rangle$	$x \rightarrow D\rangle$	1/2
$ H\rangle$	$x \rightarrow A\rangle$	1/2
$ V\rangle$	$+ \rightarrow H\rangle$	
$ V\rangle$	$+ \rightarrow V\rangle$	
$ V\rangle$	$x \rightarrow D\rangle$	
$ V\rangle$	$x \rightarrow A\rangle$	
$ D\rangle$	$+ \rightarrow H\rangle$	
$ D\rangle$	$+ \rightarrow V\rangle$	
$ D\rangle$	$x \rightarrow D\rangle$	
$ D\rangle$	$x \rightarrow A\rangle$	
$ A\rangle$	$+ \rightarrow H\rangle$	
$ A\rangle$	$+ \rightarrow V\rangle$	
$ A\rangle$	$x \rightarrow D\rangle$	
$ A\rangle$	$x \rightarrow A\rangle$	

TABLE 7.4.1. Partage d'une clé secrète

Vérifier qu'après consolidation, Albert et Boris partagent une clé secrète commune.

Exercice tiré de [37]

7.4.4. Erwin à l'écoute

Compléter le tableau 7.4.2 sachant que la 3e colonne montre la probabilité qu'Erwin mesure la même polarisation qu'Albert, la 5e colonne montre la probabilité que Boris mesure la même polarisation qu'Albert après interception par Erwin et la dernière colonne montre la probabilité qu'Erwin mesure la même polarisation qu'Albert.

Albert envoie	Erwin mesure et trouve	P_{Erwin}	Boris mesure et trouve	P_{Boris}	P_{finale}
$ H\rangle$	$+ \rightarrow H\rangle$	1	$+ \rightarrow H\rangle$	1	1
$ H\rangle$	$+ \rightarrow H\rangle$	1	$+ \rightarrow V\rangle$	0	0
$ H\rangle$	$+ \rightarrow V\rangle$	0	$+ \rightarrow H\rangle$	0	0
$ H\rangle$	$+ \rightarrow V\rangle$	0	$+ \rightarrow V\rangle$	0	0
$ H\rangle$	$x \rightarrow D\rangle$	1/2	$X \rightarrow D\rangle$	1/2	1/4
$ H\rangle$	$x \rightarrow D\rangle$	1/2	$X \rightarrow A\rangle$	1/2	1/4
$ H\rangle$	$x \rightarrow A\rangle$	1/2	$X \rightarrow D\rangle$	1/2	1/4
$ H\rangle$	$x \rightarrow A\rangle$	1/2	$X \rightarrow A\rangle$	1/2	1/4
$ V\rangle$	$+ \rightarrow H\rangle$		$+ \rightarrow H\rangle$		
$ V\rangle$	$+ \rightarrow H\rangle$		$+ \rightarrow V\rangle$		
$ V\rangle$	$+ \rightarrow V\rangle$		$+ \rightarrow H\rangle$		
$ V\rangle$	$+ \rightarrow V\rangle$		$+ \rightarrow V\rangle$		
$ V\rangle$	$x \rightarrow D\rangle$		$X \rightarrow D\rangle$		
$ V\rangle$	$x \rightarrow D\rangle$		$X \rightarrow A\rangle$		
$ V\rangle$	$x \rightarrow A\rangle$		$X \rightarrow D\rangle$		
$ V\rangle$	$x \rightarrow A\rangle$		$X \rightarrow A\rangle$		

TABLE 7.4.2. Erwin écoute

- Quelle est la nécessité d'employer deux bases $+$ et x ? En d'autres mots, qu'arriverait-il si Albert et Boris choisissaient de n'utiliser qu'une seule base ?
- Comment font Albert et Boris pour détecter la présence d'Erwin ?

Exercice tiré de [37]

7.5. EPR et inégalités de Bell

7.5.1. Vérification n'est pas raison

7.5.1.1. on commence

- Vérifier que

$$P(++|\alpha, \beta) = P(--|\alpha, \beta) = \frac{1}{2} \sin^2(\alpha - \beta) = \frac{1}{4} [1 - \cos(2(\alpha - \beta))]$$

$$P(+-|\alpha, \beta) = P(-+|\alpha, \beta) = \frac{1}{2} \cos^2(\alpha - \beta) = \frac{1}{4} [1 + \cos(2(\alpha - \beta))]$$

- Vérifier que si $\alpha = \beta$ alors $r_A(\alpha) = -r_B(\beta)$
- Vérifier que $\langle r_A(\alpha) \rangle = \langle r_B(\beta) \rangle = 0$ quel que soit α (respectivement β)

7.5.1.2. on continue

- Vérifier que

$$E(\alpha, \beta) = -\cos(2(\alpha - \beta))$$

7.6 Téléportation quantique

- Vérifier que lorsque l'on peut libeller les issues par +1 et -1, les coefficients de corrélations peuvent s'écrire comme

$$E(\alpha, \beta) = \langle r_A(\alpha) \cdot r_B(\beta) \rangle$$

7.5.1.3. encore un peu

- Vérifier que $S(\lambda)$ peut prendre comme valeurs +2 ou -2
- Expliquer pourquoi on ne peut pas mesurer $S(\lambda)$ en effectuant une seule fois l'expérience.

7.6. Téléportation quantique

7.6.1. Identités remarquées

Vérifier les quatre identités suivantes

$$\begin{aligned} |HH\rangle_{AB} &= |H\rangle_A \otimes |H\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\Phi^+\rangle_{AB} + |\Phi^-\rangle_{AB}) \\ |HV\rangle_{AB} &= |H\rangle_A \otimes |V\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\Psi^+\rangle_{AB} + |\Psi^-\rangle_{AB}) \\ |VH\rangle_{AB} &= |V\rangle_A \otimes |H\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\Psi^+\rangle_{AB} - |\Psi^-\rangle_{AB}) \\ |VV\rangle_{AB} &= |V\rangle_A \otimes |V\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\Phi^+\rangle_{AB} - |\Phi^-\rangle_{AB}) \end{aligned}$$

avec les états de Bell suivants

$$\begin{aligned} |\Phi^+\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_A \otimes |H\rangle_B + |V\rangle_A \otimes |V\rangle_B) \\ |\Phi^-\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_A \otimes |H\rangle_B - |V\rangle_A \otimes |V\rangle_B) \\ |\Psi^+\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_A \otimes |V\rangle_B + |V\rangle_A \otimes |H\rangle_B) \\ |\Psi^-\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_A \otimes |V\rangle_B - |V\rangle_A \otimes |H\rangle_B) \end{aligned}$$

7.6.2. La mesure de Bell

Vérifier que l'on a bien

$$\begin{aligned} |\Phi^+\rangle_{AB} \otimes |\psi\rangle_C &= \frac{1}{2} \left[|\Phi^+\rangle_{AC} \otimes (a_H |H\rangle_B + a_V |V\rangle_B) + |\Phi^-\rangle_{AC} \otimes (a_H |H\rangle_B - a_V |V\rangle_B) \right. \\ &\quad \left. + |\Psi^+\rangle_{AC} \otimes (a_V |H\rangle_B + a_H |V\rangle_B) + |\Psi^-\rangle_{AC} \otimes (a_V |H\rangle_B - a_H |V\rangle_B) \right] \end{aligned}$$

où $\psi_C = a_H |H\rangle_C + a_V |V\rangle_C$

Exercice tiré de [37]

7.6.3. Issues de la mesure de Bell

Compléter le tableau suivant

Issue de la mesure de Bell sur A et C	Etat de C	Probabilité
$ \Phi^+\rangle$	$a_H H\rangle_B + a_V V\rangle_B$	0.25
$ \Phi^-\rangle$		
$ \Psi^+\rangle$		
$ \Psi^-\rangle$		

TABLE 7.6.1.

7.6.4. Intersion d'intrication

Supposons que deux paires de photons sont intriqués de cette façon

$$|\Psi^+\rangle_{DA} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_D |V\rangle_A + |V\rangle_D |H\rangle_A)$$

$$|\Phi^+\rangle_{BC} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_B |H\rangle_C + |V\rangle_B |V\rangle_C)$$

Vérifier l'égalité suivante

$$\begin{aligned} |\Psi^+\rangle_{DA} |\Phi^+\rangle_{BC} &= \frac{1}{2} |\Phi^+\rangle_{AB} |\Psi^+\rangle_{CD} + \frac{1}{2} |\Phi^-\rangle_{AB} |\Psi^-\rangle_{CD} \\ &\quad + \frac{1}{2} |\Psi^+\rangle_{AB} |\Phi^+\rangle_{CD} - \frac{1}{2} |\Psi^-\rangle_{AB} |\Phi^-\rangle_{CD} \end{aligned}$$

Exercice tiré de [37]

Quatrième partie

Laboratoires

Chapitre 8

Laboratoires virtuels

8.1. Les mystères de la polarisation

Si vous êtes ici, c'est que vous avez trouvé le chemin vers ce premier laboratoire !

Vous allez utiliser une applet java développée par Gary D. Westfall, professeur à l'Université d'Etat du Michigan et adaptée par nos soins. Ce programme permet d'étudier l'effet des filtres polarisant sur l'intensité de la lumière.

8.1.1. Effet des filtres

1. Cochez le nombre 1 sous "Polariseurs" et jouez avec le curseur Ang1 pour modifier l'angle du polariseur. Que remarquez-vous? Tentez une explication de la valeur de l'intensité transmise.
2. Cochez le nombre 2 sous "Polariseurs". Laissez le curseur Ang1 sur 0 et , jouez avec le curseur Ang2. Notez dans un tableau de mesure la valeur du pourcentage de l'intensité transmise en fonction de Ang2 (tous les 10° entre 0° et 350° – vous pouvez cliquer à droite du curseur pour augmenter la valeur de 10°).
3. Placez maintenant le curseur Ang1 sur 90° et notez dans un nouveau tableau l'intensité transmise en fonction de Ang2 (tous les 10° entre 0° et 350°).
4. En analysant les résultats de vos deux tableaux, expliquer de quoi dépend l'intensité transmise.
5. Cochez le nombre 3 sous "Polariseurs". Laissez le curseur Ang1 sur 0 et celui de Ang3 sur 90° . Notez dans un troisième tableau l'intensité transmise en fonction de Ang2 (tous les 10° entre 0° et 350°). Que remarquez-vous? Tentez une explication de la valeur de l'intensité transmise.

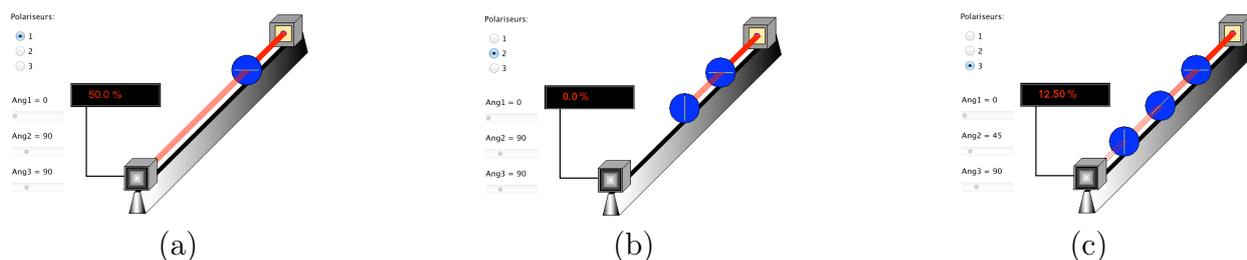


FIGURE 8.1.1. Effet de filtres polarisants

8.2. La solitude du photon

Si vous êtes ici, c'est que vous avez trouvé le chemin vers ce deuxième laboratoire !

Nous allons commencer à explorer le monde de la physique quantique en le comparant à celui des ondes. Lorsque l'on utilisera la source en mode "Laser", on se placera du point de vue de la physique ondulatoire. En utilisant la source en mode "Single Photon" (photon unique), on se placera clairement du point de vue de la physique quantique.

8.2.1. L'interféromètre de Mach-Zehnder pour un faisceau

En principe, l'interféromètre de Mach-Zehnder est conçu pour produire des interférences. Le schéma 8.2.1 expliquant son principe de fonctionnement :

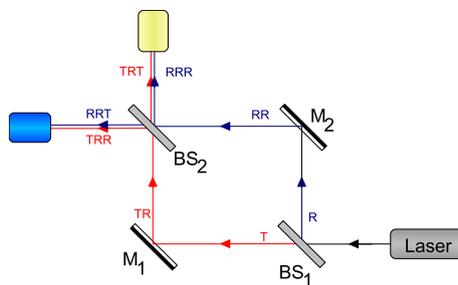


FIGURE 8.2.1. Schéma de principe d'un interféromètre de Mach-Zehnder

- Le faisceau qui sort du laser est séparé en deux par un miroir semi-transparent (un beam splitter BS_1). On admettra que 50% de l'intensité est transmise (T) et 50% est réfléchi (R)¹.
- Les deux rayons rencontrent ensuite un miroir (M_1 pour le rayon transmis et M_2 pour le rayon réfléchi) et subissent une réflexion.
- Le rayon bleu (RR) rencontre alors un nouveau miroir semi-transparent (BS_2 , identique à BS_1) et est soit réfléchi (RRR), soit transmis (RRT). Le rayon rouge (TR) rencontre aussi BS_2 et est soit réfléchi (TRR), soit transmis (TRT).

8.2.1.1. Expérience

Utilisez le programme Mach-Zehnder.exe.

1. Décochez le second miroir semi-transparent (on obtient le même schéma que celui de la figure 8.2.2 [a]).
 - a) Cochez l'option "Laser" de la partie source puis cocher "On". Observez les figures obtenue sur les deux écrans. Décrivez précisément ce que vous voyez.
 - b) Ajoutez un filtre polarisant (cf. figure 8.2.2 [b]). Jouez avec l'orientation du filtre. Décrivez précisément ce que vous voyez et commentez ce qui se passe.
 - c) Enlevez le filtre et cochez le second miroir semi-transparent (cf. figure 8.2.2 [c]). Décrivez précisément ce que vous voyez et commentez ce qui se passe.

1. Dans la réalité, les coefficients de transmission et de réflexion peuvent être différents.

8.2 La solitude du photon

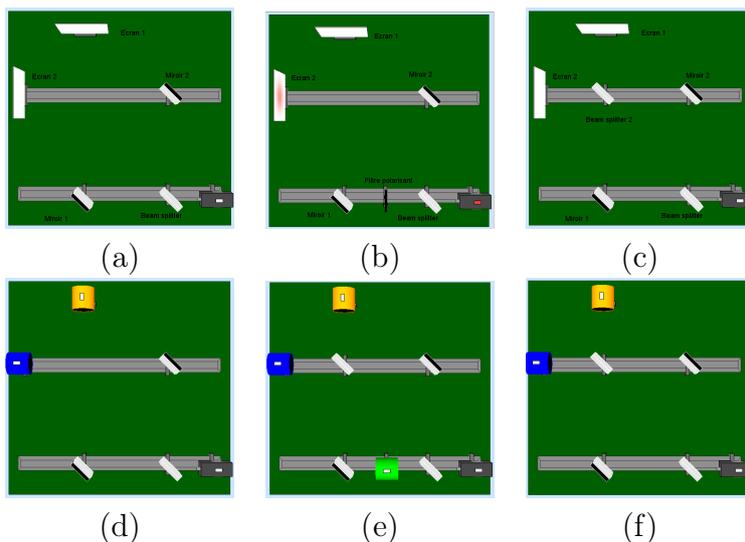


FIGURE 8.2.2. Schéma des expériences

8.2.2. L'interféromètre de Mach Zehnder pour un photon unique

Dans ce cas, l'interféromètre de Mach-Zehnder va permettre d'étudier le comportement d'un photon unique.

8.2.2.1. Expérience

Utilisez le programme Mach-Zehnder.exe.

1. Décochez le second miroir semi-transparent (on obtient le même schéma que celui de la figure 8.2.2 [a]).
 - a) Cochez l'option "Single Photons" de la partie source puis cocher "On". Observez les figures obtenue sur les deux écrans. Décrivez précisément ce que vous voyez. Comparez ces résultats avec ceux obtenus au paragraphe 8.2.1.1.
 - b) Ajoutez un filtre polarisant (cf. figure 8.2.2[b]). Jouez avec l'orientation du filtre en tenant compte de vos observations précédentes. Décrivez précisément ce que vous voyez et commentez ce qui se passe. Comparez ces résultats avec ceux obtenus au paragraphe 8.2.1.1.
 - c) Enlevez le filtre et cocher le second miroir semi-transparent (cf. figure 8.2.2 [c]). Décrivez précisément ce que vous voyez et commentez ce qui se passe.
2. Avec le second miroir semi-transparent décoché, remplacez les deux écrans par les détecteurs 2et 3 (on obtient le même schéma que celui de la figure 8.2.2 [d])
 - a) Cochez l'option "Single Photons" de la partie source puis cocher "On". Essayer de diminuer la fréquence jusqu'à 1 photon par seconde. Décrivez ce que vous observez. Êtes-vous surpris ?
 - b) Ajoutez le détecteur 1 (comme la figure 8.2.2[e], mais sans le 2e miroir semi-transparent). Décrivez précisément ce que vous voyez et commentez ce qui se passe. Comparez ces résultats avec ceux obtenus au paragraphe 8.2.1.1. Êtes-vous surpris ?
3. Avec le second miroir semi-transparent coché et les détecteurs 2et 3 (on obtient le même schéma que celui de la figure 8.2.2 [f])

- a) Cochez l'option "Single Photons" de la partie source puis cocher "On". Décrivez ce que vous observez. Êtes-vous surpris ?

Avez-vous tout noté ? Alors repartez vers le paragraphe 3.4, page 60.

Bibliographie

- [1] P. ROGER Alain ASPECT, P. GRANGIER. Experimental tests of realistic local theories via bell's theorem. *Physical Review Letters*, 47 :460, 1981.
- [2] Jonathan ALLDAY. *Quantum Reality*. 2009.
- [3] Alain ASPECT. Einstein et les révolutions quantiques. volume CD Audio 75 minutes. De Vive Voix.
- [4] Alain ASPECT. Présentation « naïve » des inégalités de bell ».
- [5] Alain ASPECT. Bell's inequality test : more ideal than ever. *Nature*, 398 :189–190, 1999.
- [6] Alain ASPECT. Bell's theorem : the naive view of an experimentalist. In R. A. Bertlmann and A. Zeilinger, editors, *Quantum [Un]speakables - From Bell to Quantum information*. Springer, 2002.
- [7] Alain ASPECT. *Un nouvelle révolution quantique*, chapter 5, pages 120–161. Odile Jacob, 2009.
- [8] Jimm BAGGOTT. *The Quantum Story*. 2011.
- [9] John Stewart BELL. On the einstein podolsky rosen paradox. *Physics*, 1, n°3 :195–200, 1964.
- [10] John Stewart BELL. On the problem of hidden variables in quantum mechanics. *Review of Modern Physics*, 38 :447, 1966.
- [11] John Stewart BELL. *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*. Cambridge University Press, 2013.
- [12] Michel LE BELLAC. *Physique quantique (2e édition)*. EDP Sciences/CNRS Éditions, 2007.
- [13] Michel LE BELLAC. *Le monde quantique*. EDP Sciences/CNRS Éditions, 2010.
- [14] Henry BLUMENFELD. John bell, de la philosophie naturelle à la physique.
- [15] Jeff FORSHAW Brian COX. *L'Univers Quantique*. 2013.
- [16] Philippe-André MARTIN Christian GRUBER. *De l'Atome Antique à l'Atome Quantique*. 2012.
- [17] Kimberley M. BRUNO Christopher C. GERRY. *The Quantum Divide*. Oxford University Press, 2013.
- [18] Claude COHEN-TANNOUJJI. Atomes et lumière. volume CD Audio 75 minutes. De Vive Voix.
- [19] Louisa GILDER. *The Age of Entanglement*. 2009.
- [20] Serge HAROCHE. Jongler avec la lumière. volume CD Audio 75 minutes. De Vive Voix.
- [21] Manjit KUMAR. *Le Grand Roman de la Physique Quantique*. 2011.
- [22] Franck LALOE. L'argument de einstein, podolsky et rosen.
- [23] Franck LALOE. *Comprenons-nous vraiment la Mécanique Quantique ?* EDP Sciences, 2011.
- [24] Jean-Marc LEVY-LEBLOND. La matière. volume CD Audio 48 minutes. De Vive Voix.
- [25] Jean-Marc LEVY-LEBLOND. Le monde quantique. volume CD Audio 67 minutes. De Vive Voix, 2010.

-
- [26] Daniel MARCHAND. Variables cachées et inégalité de Bell.
- [27] Daniel MARCHAND. *Le "paradoxe" EPR et l'inégalité de Bell*. École Supérieure de Physique et de Chimie Industrielles de la Ville de Paris, 2010. Trouvé sur <https://cours.espci.fr/site.php?id=200&fileid=752>.
- [28] Alexander RECK Michael HUNTER. *Quantum Interferometry with Multiports : Entangled Photons in Optical Fibers*. PhD thesis, Institut für Experimentalphysik, Naturwissenschaftliche Fakultät der Leopold-Franzens Universität Innsbruck, 1996.
- [29] Rob THEW Nicolas GISIN. Quantum communications. *Nature Photonics*, 1, n°3 :165–171, 2007.
- [30] Wolfgang TITTEL Hugo ZBINDEN Nicolas GISIN, Grégoire RIBORDY. Quantum cryptography. *Reviews of Modern Physics*, 2008.
- [31] Chad ORZEL. *How to Teach Quantum Physics to Your Dog*. 2010.
- [32] François ROTHEN. *Les Paradoxes Quantiques*. Presses polytechniques et universitaires romandes, 2012.
- [33] Valerio SCARANI. *Initiation à la Physique Quantique*. Vuibert, 2006.
- [34] Valério SCARANI. Interférences et corrélation quantiques. Ecole d'été de physique pour le monde de l'enseignement, 2005.
- [35] Jean-Pierre PHARABOD Sven ORTOLI. *Métaphysique Quantique*. La Découverte, 2011.
- [36] Antoine SUAREZ Valerio SCARANI. Introducing quantum mechanics : One-particle interferences. *American Association of Physics*, 66 :718–721, 1998.
- [37] Liu Shi YANG Valerio SCARANI, Chua LYNN. *Six Quantum Pieces, a first course in quantum physics*. World Scientific, 2011.
- [38] N Walenta, A Burg, D Caselunghe, J Constantin, N Gisin, O Guinnard, R Houlmann, P Junod, B Korzh, N Kulesza, M Legré, C W Lim, T Lunghi, L Monat, C Portmann, M Soucarros, R T Thew, P Trinkler, G Trollet, F Vannel, and H Zbinden. A fast and versatile quantum key distribution system with hardware key. *New Journal of Physics*, 16(1) :013047, 2014.
- [39] Andrew WHITAKER. *The New Quantum Age*. Oxford University Press, 2012.
- [40] Fred Alan WOLF. *Taking the Quantum Leap*. 1989.

Index

A

Aspect, Alain, 26, 32, 89

B

BB84, 71

beam splitter, 41

beam-splitter, 57

Bell, John, 30, 79

Bohr, Niels, 12, 25, 27, 77

bra, 83

C

champ électrique, 40, 58

chaos déterministe, 47

clé privée, 69, 71, 73

coefficient de corrélation, 92

corrélations par accord préétablis, 93

corrélations par communications, 93

cryptographie, 69

D

d'Alembert, Jean le Rond, 17

de Broglie, Louis, 13

différence de trajet, 65

Dirac, Paul, 13

dualité onde/corpuscule, 13, 19, 24, 27, 28

E

effet photoélectrique, 11

Einstein, Albert, 11, 25, 47, 77

électromagnétisme, 8

EPR, 29, 30, 78

espace de Hilbert, 29, 45

états intriqués, 88

éther, 17

étoiles à neutrons, 15

F

Feynman, Richard, 20

Fourier, Joseph, 17

G

Gisin, Nicolas, 33

Grangier, Philippe, 26

H

Heisenberg, Werner, 13, 22, 77

I

inégalité CHSH, 94

inégalités de Bell, 30, 32, 80, 101

interférence à une particule, 57

interférences, 26, 57

interféromètre, 57

interféromètre de Mach-Zehnder, 57

intrication, 7, 25, 29, 31, 34, 51, 80, 88, 89

K

ket, 82

L

laser, 15, 58

lumière, 18

M

matrice de Pauli, 102

mesure de Bell, 99

Millikan, Robert Andrews, 11

miroir, 59, 65

miroir semi transparent, 64

miroir semi-transparent, 41, 59

modèle atomique de Bohr, 12

N

naines blanches, 15

nanotechnologies, 15

non clonage quantique, 53

non localité, 33, 78

non réalité, 78

notation de Dirac, 45, 64, 82

O

onde, 17

onde électromagnétique, 18

ou exclusif (XOR), 70

P

pantopie, 24

photons, 11, 19, 31, 47

physique classique, 8, 9, 12, 16, 20, 23, 36, 43,
58

Planck, Max, 10

point matériel, 16

polarisation, 39, 40, 43, 60, 83

polariseurs, 41
principe de non-localité, 53
principe d'indiscernabilité, 63
principe d'indétermination d'Heisenberg, 22
probabilité de détection, 65
probabilités, 46, 81
produit scalaire, 49, 83
produit tensoriel, 49, 86
produit vectoriel, 49
protocole de téléportation quantique, 99

Q

quanta, 10, 11
quantons, 20, 22, 23

R

rayonnement du corps noir, 9
règle de probabilité de Born, 81, 83
relations d'incertitude d'Heisenberg, 24

S

Schrödinger, Erwin, 13, 77
systèmes à deux niveaux, 39

T

téléportation quantique, 99
trajectoire, 19

V

valeurs moyennes, 92, 95
variables cachées, 30
vecteur d'état, 45, 63

Z

Zeilinger, Anton, 33

Ce projet pédagogique a été réalisé sous la conduite du secteur ressources et développement, du service enseignement et formation.

Les auteurs de ce travail sont :

- **Riccardo Cibirin**, enseignant de physique, Collège Calvin
- **Didier Roulet**, enseignant de physique, Collège de Candolle
- **Alain Seemuller**, enseignant de physique, Collège Alice-Rivaz

Ils tiennent à adresser leurs chaleureux remerciements à :

- Madame, Ana Cujean, responsable du secteur Ressources et Développement, Service Enseignement et Formation, DGES II et ses collaborateurs.

Ce document est publié par le DIP Genève sous licence Creative Commons
utilisation et adaptation autorisée sous conditions



